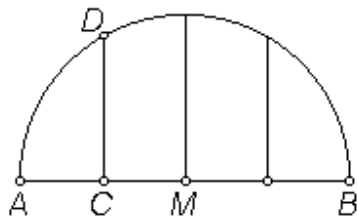


Übungsbeispiele, 4. Klasse

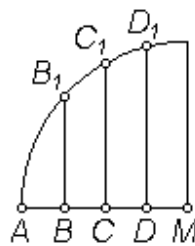
- 1) Von einem rechtwinkligen Dreieck kennt man zwei Bestimmungsstücke. Vervollständige die Tabelle! (Maße in m bzw. m²)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
a		39,0				15,6
b	104,0				16,8	
c			16,9	22,5		
h	62,4	31,2				
p			14,4			
q				8,1		
A					59,8	50,7
ρ						

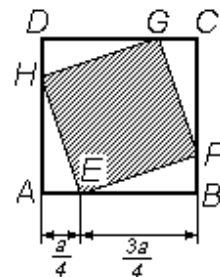
- 2) Der Durchmesser AB eines Halbkreises (Radius $r = 96$ mm) wird in vier gleiche Teile geteilt. Berechne auf mm genau die Längen der Strecken AD, BD und CD!



zu 2)



zu 3)

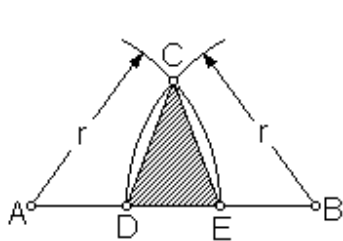


zu 6)

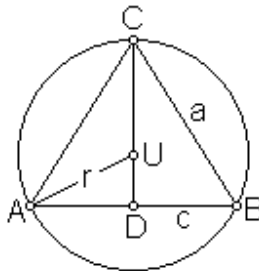
- 3) Der Radius $r = 80$ mm eines Viertelkreises wird in vier gleiche Teile geteilt. Berechne auf mm genau die Längen der Strecken BB_1 , CC_1 und DD_1 !
- 4) Von einem rechtwinkligen Dreieck kennt man $h = 12$ cm und $p = 9$ cm.
a) Berechne c , A , u und r !
b) Der Flächeninhalt A verhält sich zum Flächeninhalt A_1 eines ähnlichen Dreiecks wie $36 : 49$. Berechne den Umfang u_1 und den Inkreisradius ρ_1 des ähnlichen Dreiecks!
- 5) Aus einem Draht der Länge u wird ein rechtwinkliges Dreieck gebogen. Eine Kathete erhält dabei die Länge a . Wie lang sind die beiden anderen Seiten?
a) $u = 84$ cm, $a = 35$ cm, b) $u = 154$ mm, $a = 5,6$ cm.
- 6) In welchem Verhältnis stehen die Umfänge und Flächeninhalte der bei den Quadrate ABCD und EFGH?

- 7) In einem Turnsaal mit den ungefähren Ausmaßen 26 m x 12 m werden Diagonalsprints gelaufen. Jeder Sportler soll genau in einer Ecke starten und (aus Sicherheitsgründen) nur bis etwa 7 m vor der gegenüberliegenden Turnsaalecke voll durchlaufen. Wieviel Meter legt ein Sportler ungefähr bei fünf solcher Sprints zurück?
- 8) Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ($a = b$). Berechne die fehlenden Größen! (Maße in cm bzw. cm²)

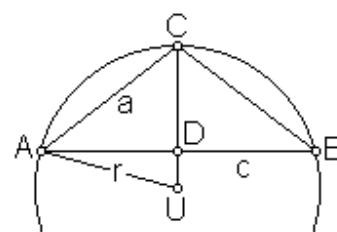
	a)	b)	c)	d)	e)	f)
a	5,8		8,5			28,3
c	8,0	11,2		3,2		18,6
h_c		9,0	7,7		7,2	
A				10,08	21,6	
ρ						



zu 9)



zu 10)



zu 10)

- 9) Die beiden Endpunkte einer 13,8 cm langen Strecke AB sind Mittelpunkte von zwei Kreisbögen mit dem Radius $r = 7,5$ cm. Wie groß sind Umfang und Flächeninhalt des Dreiecks DEC?
- 10) Für den Umkreisradius r eines gleichschenkligen Dreiecks gilt die Formel:

$$r = \frac{c^2}{8h_c} + \frac{h_c}{2}$$

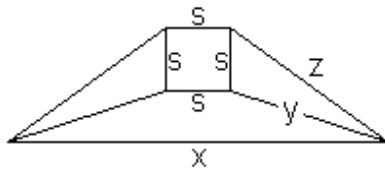
Beweise diese Formel für spitzwinklige und stumpfwinklige Dreiecke!

- 11) Von einem gleichseitigen Dreieck kennt man ein Bestimmungsstück. Berechne die restlichen Größen a , h , A , r , ρ !
- a) $a = 9,0$ dm, c) $h = 12,5$ cm, e) $A = 6,00$ m², g) $\rho = 8,0$ cm,
b) $a = 3,4$ cm, d) $h = 8,6$ m, f) $A = 48,20$ m², h) $r = 13,6$ cm.
- 12) Geg.: Rhombus, $a = 73$ mm, $e = 110$ mm; ges.: f , A , ρ .
- 13) Geg.: Rhombus, $A = 4\,056$ cm², $f = 78$ cm; ges.: e , a , ρ .
- 14) Geg.: Parallelogramm, $b = 1,5$ cm, $f = 37$ mm, $h_a = 0,12$ dm; ges.: a , e , A , h_b .

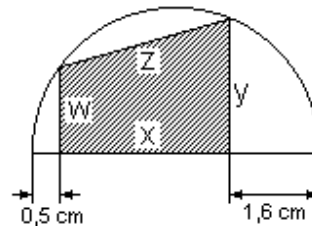
- 15) Geg.: Parallelogramm, $b = 102 \text{ mm}$, $e = 23,4 \text{ cm}$, $h_a = 9 \text{ cm}$; ges.: a , f , A , h_b .
- 16) Von einem gleichschenkligen Trapez sind drei Größen gegeben. Vervollständige die Tabelle! (Maße in cm bzw. cm^2)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
a	69	168	252		126	75
b		104	153	65		
c	41	88		44	66	
h	48		135	63		16
e					12	
A						1 008

- 17) Von einem gleichschenkligen Trapez kennt man drei Seiten und einen Winkel. Berechne u und A !
- a) $b = 7,2 \text{ cm}$, $c = 48 \text{ mm}$, $\alpha = 60^\circ$, b) $b = 68 \text{ cm}$, $c = 0,42 \text{ m}$, $\gamma = 120^\circ$.
- 18) Die vier Teilflächen haben gleich große Flächeninhalte. Drück die Längen x , y und z durch s aus!



zu 18)

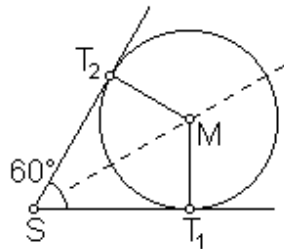


zu 19)

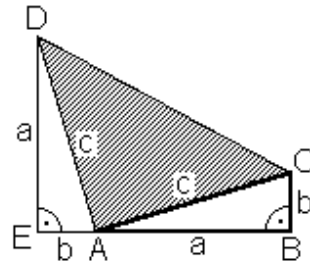
- 19) Einem Halbkreis ($r = 4 \text{ cm}$) ist ein Trapez eingeschrieben. Berechne dessen Flächeninhalt!
- 20) Geg.: Trapez, $a = 25 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $c = 11 \text{ cm}$, $h = 12 \text{ cm}$.
Ges.: d , e , f , A .
- 21) Geg.: Trapez, $A = 270 \text{ dm}^2$, $a = 221 \text{ cm}$, $b = 17 \text{ dm}$, $h = 1,68 \text{ m}$.
Ges.: c , d , e , f .
- 22) Von einem Deltoid (Symmetriediagonale $e = AC$, Diagonalschnittpunkt M) sind gegeben:
a) $a = 67,6 \text{ cm}$, $\overline{AM} = 26 \text{ cm}$, $\overline{CM} = 182 \text{ cm}$.
b) $a = 23,66 \text{ m}$, $\overline{CM} = 63,7 \text{ m}$, $\overline{DM} = 21,84 \text{ m}$.
Berechne Umfang und Flächeninhalt des Deltoids!
- 23) Von einem Deltoid kennt man
a) $a = 169 \text{ mm}$, $b = 4,81 \text{ dm}$, $f = 31,2 \text{ cm}$,
b) $a = 14,3 \text{ cm}$, $b = 407 \text{ mm}$, $f = 2,54 \text{ dm}$.

Berechne e und A!

- 24) Ein Kreis berührt die beiden Schenkel eines 60° großen Winkels. Die Länge der Tangentenstrecke ST_1 beträgt 4,1 cm. Berechne Umfang und Flächeninhalt des Deltoids ST_1MT_2 !



zu 24)



zu 25)

- 25) Einem beliebigen rechtwinkligen Dreieck ABC wurde ein kongruentes Dreieck ADE angefügt und die Figur zum Trapez EBCD vervollständigt.
- Berechne den Flächeninhalt des Trapezes EBCD!
 - Beweise, daß das gleichschenklige Dreieck ACD rechtwinklig ist!
 - Drücke den Flächeninhalt des Trapezes EBCD durch die Dreiecksflächen ADE, ABC und ACD aus und leite daraus den Pythagoräischen Lehrsatz ($a^2 + b^2 = c^2$) her!

- 26) Zerlege die folgenden Terme in möglichst viele Faktoren:

- | | |
|---------------------------|----------------------------------|
| a) $24a^2 - 54a^4 =$ | i) $75y^2 - 48y^4 =$ |
| b) $60x^3 - 135x =$ | j) $20z^3 - 125z =$ |
| c) $3z - 30z^2 + 75z^3 =$ | k) $12a^2 - 36a^2b + 27a^2b^2 =$ |
| d) $2y + 28y^2 + 98y^3 =$ | l) $18ab^2 + 24ab + 8a =$ |
| e) $48s^5 - 243r^4s =$ | m) $20a^6 - 320a^2b^4 =$ |
| f) $324uv^4w - 64u^5w =$ | n) $243u^4v - 48v^5 =$ |
| g) $5x^3 - 5y^3 =$ | p) $512a^3b^3c^3 - 8a^6c^3 =$ |
| h) $81a^4 + 24a =$ | q) $448a^2b^3c^3 + 7a^2b^6 =$ |

- 27) Ermittle ggT und kgV der gegebenen Terme!

- | | |
|---------------------------------|---|
| a) $18r^3t^2, 12rt^4, 16r^4t$ | c) $36r^3s - 54r^2s^3, 24r^4s - 36r^3s^3$ |
| b) $10s^5t, 15s^3t^3, 25s^4t^4$ | d) $4s^4 - 4s^2t^2, 35s^2t^2 - 35st^3$ |

- 28) Ermittle ggT und kgV der gegebenen Terme!

- $x^2 - 4x, x^2 - 16, 3x - 12$
- $x^2 - 9, 3x + 9, 4x - 12$
- $3x^3y - 3xy^3, 12x^4y^2 - 24x^3y^3 + 12x^2y^4, 9x^2y - 9y^3$
- $12x^3y - 48xy^3, 8x^2y^2 + 32xy^3 + 32y^4$
- $25e^2 + 50eg + 25g^2, 15e^2 - 15g^2, 5e + 5g$
- $4e^3 - 4e^2g^2, 12eg^2 - 12g^3, 16g^2 - 32eg + 16e^2$
- $36e^4 - 48e^3 + 16e^2, 36e^4 - 24e^3, 9e^3 - 4e$
- $18e^2 + 24eg + 8g^2, 36e^2 - 16g^2, 3e^3 + 2e^2g$
- $20a^2 - 60a^3 + 45a^4, 12a^3 - 18a^4, 12a + 36a^2 + 27a^3$
- $27a^4 + 36a^3 + 12a^2, 18a^2 - 12a, 18a^3 - 24a^2 + 8a, 36a^3 - 16$

- k) $18a^4 - 24a^3 + 8a^2$, $18a^2 - 12a$, $27a^3 + 36a^2 + 12a$, $54a^3 - 24a$
 l) $a^3 - 1$, $a^3 - a$, $a^3 - a^2$, $a^2 - 2a + 1$

29) Vereinfache den gegebenen Term, bestimme die Definitionsmenge und führe die Probe mit geeigneten Variablenbelegungen durch!

- | | |
|------------------------------------|--|
| a) $\frac{3a^2 - 9a}{3a} =$ | e) $\frac{18x - 54}{4x^3 - 36x} =$ |
| b) $\frac{4b^3 - 8b^2}{4b} =$ | f) $\frac{4x^3 - 12x^2 + 9x}{20x^3 - 45x} =$ |
| c) $\frac{15c^3 - 10c^2}{20c^2} =$ | g) $\frac{27x^2 - 18x + 3}{18x^2 - 2} =$ |
| d) $\frac{6d^2}{12d - 48d^3} =$ | h) $\frac{15x^2 + 80x + 64}{10x + 16} =$ |

30) Vereinfache den gegebenen Term und führe die Probe mit geeigneten Variablenbelegungen durch!

- | | |
|---|---|
| a) $\frac{81x^4 - y^4}{54x^3y - 6xy^3} =$ | e) $\frac{25z^3 - 18z}{15z^2 + 12z} =$ |
| b) $\frac{36x^2y^2 + 24xy^3 + 4y^4}{3xy^3 + y^4} =$ | f) $\frac{32z^3 - 8z}{16z^2 + 8z} =$ |
| c) $\frac{3x^2 - 9x}{x^3 - 6x^2 + 9x} =$ | g) $\frac{27u^4v^2 - 75u^2v^4}{54u^4v - 180u^3v^2 + 150u^2v^3} =$ |
| d) $\frac{18x^3 - 8x}{45x^3 - 60x^2 + 20x} =$ | h) $\frac{2u^2v - 24uv + 72v}{u^3 - 18u^2 + 108u - 216} =$ |

31) Stell fest, womit der Nenner erweitert wurde und berechne den zugehörigen Zähler!

- | | |
|---|---|
| a) $\frac{c+2}{c-2} = \frac{\quad}{c^2-4}$ | c) $-\frac{e}{2e+f} = \frac{\quad}{8e^3+4e^2f}$ |
| b) $\frac{d+1}{d-1} = \frac{\quad}{4d^2-4}$ | d) $\frac{s^2}{5r-3s} = \frac{\quad}{5r^3-3r^2s}$ |

32) Stell fest, womit der Nenner erweitert wurde und berechne den zugehörigen Zähler!

- | | |
|---|--|
| a) $\frac{5}{a^2-4a+4} = \frac{\quad}{(a-2)^3}$ | c) $\frac{2x}{2x-3y} = \frac{\quad}{4x^3-9xy^2}$ |
| b) $\frac{3a}{2a-5} = \frac{\quad}{16a^2-100}$ | d) $\frac{a}{a^2-2a+1} = \frac{\quad}{(a-1)^3}$ |

$$33) \quad a) \quad \frac{1}{a} - \frac{1}{a-1} =$$

$$b) \quad \frac{1}{b} - \frac{1}{b+1} =$$

$$c) \quad \frac{3c}{4c-4} - \frac{4c}{3c-3} + \frac{c}{c-1} =$$

$$d) \quad \frac{d+2}{d-2} + \frac{d+2}{d} - \frac{d+2}{2-d} =$$

$$34) \quad a) \quad \frac{6-2n}{3+2n} - \frac{4-n}{n-4} =$$

$$b) \quad \frac{5u^2+1,6}{25u^2-4} + \frac{1-5u}{25u+10} =$$

$$c) \quad \frac{3r^2+8}{9r^2-16} + \frac{1-3r}{9r+12} =$$

$$d) \quad \frac{1}{x^2+3x} - \frac{2}{x^2-9} - \frac{1}{x^2-3x} =$$

Proben für a) $n = 2$, b) $u = 1$, c) $r = 2$, d) $x = 2$.

$$35) \quad a) \quad \frac{3a-1}{3a-6} - \frac{10a+3}{6a^2+12a} - \frac{3a^2+7}{3a^2-12} =$$

$$b) \quad \frac{x+2y}{x^2-2xy} - \frac{x-2y}{2xy+4y^2} + \frac{x^2-6xy}{2x^2y-8y^3} =$$

$$c) \quad \frac{2u}{9u^2-6uv+v^2} - \frac{v}{9u^2-v^2} - \frac{1}{3u-v} =$$

$$d) \quad \frac{3y^2+4x^2}{y^2+xy} - \frac{2y^2+xy-6x^2}{xy} + \frac{2y^2-5x^2}{xy+x^2} =$$

$$36) \quad a) \quad \frac{2r}{2r^3-r^2s} + \frac{2}{4r^2-s^2} + \frac{6r^2-s^2}{2r^3s+r^2s^2} =$$

$$b) \quad \frac{2s}{rs^2-2s^3} + \frac{2}{r^2-4s^2} - \frac{6s^2-r^2}{r^2s^2+2rs^3} =$$

$$c) \quad \frac{a}{2ab^2+2b^3} - \frac{3}{6b^2} + \frac{2ab}{2a^2b^2-2b^4} =$$

$$d) \quad \frac{2a(2a-3b)}{4a^2b-b^3} - \frac{2a-b}{2ab+b^2} + \frac{2a+b}{4a^2-2ab} =$$

Proben für a) $r = 1$, $s = 3$, b) $r = 3$, $s = 1$, c) $a = 2$, $b = 1$, d) $a = 1$, $b = -1$.

$$37) \quad a) \quad \left(\frac{x^2}{5y}\right) \cdot \left(\frac{15y^2}{-2x}\right) = \quad b) \quad \left(\frac{3z^2}{5u}\right) \cdot \frac{10u^2}{(3z)^2} = \quad c) \quad \frac{(-5v)}{8w^2} : \frac{(-10v^2)}{(2w)^2} = \quad d) \quad \frac{(-5w)^2}{9z^2} : \frac{(-2w^3)}{(3z)^2} =$$

Proben für a) $x = 2$, $y = -1$, b) $u = 2$, $z = 2$, c) $v = 1$, $w = -1$, d) $w = 1$, $z = -1$.

$$38) \quad a) \quad \frac{8e^2fg^3}{-5a^3b^2c} \cdot \frac{15ab^2c^2}{16e^2f^3g^2} =$$

$$b) \quad \frac{-18x^2y^2z^2}{5abc^2} : \frac{6xyz^2}{25ac} =$$

$$c) \quad \frac{-25u^3vw^2}{14r^2s^3t} \cdot \frac{-7r^3s^2t}{5uvw^2} =$$

$$d) \quad \frac{9x^4y^2z}{-4a^2bc^3} : \frac{-3x^4z}{8b^3c^3} =$$

$$39) \quad \begin{array}{ll} \text{a)} & \frac{5x^2-5}{3x+9} \cdot \frac{x^2-9}{5x+5} = \\ \text{b)} & \frac{8x-16}{2x^2-18} : \frac{(x-2)^2}{(x+3)^2} = \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c)} & \frac{5ab}{a^2+2ab+b^2} \cdot \frac{a+b}{-2a} = \\ \text{d)} & \frac{4x^2+4xy+y^2}{4x^2-4xy+y^2} : \frac{2x+y}{2x-y} = \end{array}$$

Proben für a) $x = 2$, b) $x = -2$, c) $a = -1$, $b = -1$, d) $x = 2$, $y = 2$.

40) Berechne den Quotienten und mach die Probe!

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & (2a^5 - 10a^4 + 5a^3 - 9a^2 + 22a - 8) : (2a^3 + a - 4) = \\ \text{b)} & (4b^4 - 3b^2 + b^5 - 15 + 26b - 5b^3) : (5 + b^3 - 2b) = \\ \text{c)} & (18x^4 + 52xy^3 - 11x^2y^2 - 15y^4) : (3x^2 - 4xy + 5y^2) = \\ \text{d)} & (108rs^3 - 18r^2s^2 - 42s^4 + 12r^4) : (4r^2 + 14s^2 - 8rs) = \end{array}$$

$$41) \quad \begin{array}{ll} \text{a)} & (a^5 + 3a^2 + a) : (a^3 - 1) = \\ \text{b)} & (4uv^3 + 3u^3v - 2v^4) : (uv - 2v^2) = \\ \text{c)} & (2b^3 - 3b^4 - b + 8) : (b^2 - 3b + 1) = \end{array}$$

42) Vereinfache die Bruchterme und ermittle die erlaubten Werte für die Variablen!

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \left(\frac{y}{x-2y} - \frac{y}{x} \right) \cdot \frac{x^3 - 4xy^2}{4y^2} = \quad \text{(Probe für } x = 1, y = 2\text{)} \\ \text{b)} & \left(\frac{x+2y}{x+y} - \frac{x+y}{x} \right) : \frac{y}{x^2 - y^2} = \quad \text{(Probe für } x = 2, y = -1\text{)} \\ \text{c)} & \left(\frac{x-y}{x} - \frac{x-2y}{x-y} \right) \cdot \frac{x^2 - y^2}{y} = \quad \text{(Probe für } x = 3, y = 1\text{)} \end{array}$$

43) Vereinfache die Bruchterme und ermittle die erlaubten Werte für die Variablen!

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \left[\left(\frac{a+8}{a-4} + \frac{16}{a^2-4a} \right) \cdot \frac{2a}{a^2-16} \right] : \frac{a+4}{2a-8} = \quad \text{(Probe für } a = 2\text{)} \\ \text{b)} & \left(\frac{7b-28}{4b^2-36} : \frac{3b^2-24b+48}{2b^2+12b+18} \right) \cdot \frac{6b-18}{7} = \quad \text{(Probe für } b = 2\text{)} \\ \text{c)} & \frac{49u^2 - 25v^2}{15v - 6u} : \left(\frac{49u^2 - 10uv}{50v^2 - 40uv + 8u^2} - \frac{5v}{10v - 4u} \right) = \quad \text{(Probe für } u = 0, v = -1\text{)} \\ \text{d)} & \left[\left(\frac{r^2}{3s^2} - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+s} \right) \right] : \frac{3rs - 3s^2}{15r^2} = \quad \text{(Probe für } r = 2, s = 1\text{)} \end{array}$$

44) Vereinfache die Bruchterme und ermittle die erlaubten Werte für die Variablen!

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \left(\frac{x}{2y} - \frac{x}{3x+2y} \right) \cdot \frac{18x^2y - 8y^3}{6x^2} + 2y = & \text{c)} \quad \left(\frac{1}{2x-3y} - \frac{1}{2x} \right) \cdot \frac{8x^3 - 18xy^2}{9y^2} - 1 = \\ \text{b)} \quad \left(\frac{x}{y} + \frac{x}{5x-y} \right) : \frac{10x^2}{25x^2y - y^3} - \frac{y}{2} = & \text{d)} \quad \left(\frac{1}{3x-2y} - \frac{1}{3x} \right) : \frac{4y^2}{27x^3 - 12xy^2} - 1 = \end{array}$$

Proben für a) $x = 1, y = 2$, b) $x = -1, y = 1$, c) $x = 1, y = 3$, d) $x = -2, y = 2$.

45) Vereinfache die Doppelbrüche und ermittle die erlaubten Werte für die Variablen! Führe die Probe für $x = 2$ durch!

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \quad \frac{1-x^2}{1+\frac{1}{x}} = & \text{b)} \quad \frac{\frac{x+1}{2x-1}}{\frac{x^2-1}{5x^2}} = & \text{c)} \quad \frac{3x^2-27}{\frac{x+3}{9x^2}} = & \text{d)} \quad \frac{\frac{3x-6}{x+4}}{9x^2-36} = \end{array}$$

46) Vereinfache die Bruchterme und ermittle die erlaubten Werte für die Variablen! Führe die Probe für $y = 3$ durch!

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \quad \frac{\frac{y}{y-1} - \frac{y}{y-1}}{y} = & \text{b)} \quad \frac{\frac{1}{y+1} + \frac{y-1}{1}}{y-1} = & \text{c)} \quad \frac{\frac{3}{y+2} - \frac{y}{y+2}}{\frac{y+2}{y-2} - \frac{y+2}{4}} = & \text{d)} \quad \frac{\frac{y}{1-y} + \frac{y-1}{1-y}}{y-1} = \end{array}$$

47) Vereinfache die Bruchterme und ermittle die erlaubten Werte für die Variablen! Führe die Probe für geeignete Variablenbelegungen durch!

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \quad \frac{\frac{5r-3s}{3s} - \frac{5r}{9s^2}}{5r-6s+\frac{9s^2}{5r}} = & \text{b)} \quad \frac{\frac{r-2}{2} \cdot \frac{r+2}{r+2} - 1}{\frac{r+2}{r-2} + 1} = & \text{c)} \quad \frac{\frac{r}{s-2r} - \frac{r}{s}}{4r^2} - r = & \text{d)} \quad \frac{\frac{5r}{s} - \frac{10r}{5r+2s}}{50r^2} - s = \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{48) a)} \quad \frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{6} = \frac{9}{2} - \frac{x}{4} & \text{c)} \quad \frac{x}{8} - \frac{5-x}{3} + 4 = \frac{3x}{4} \\ \text{b)} \quad \frac{x-2}{4} - \frac{x-4}{6} = \frac{7}{2} - \frac{x}{3} & \text{d)} \quad \frac{x+1}{3} - \frac{4-x}{4} - 1 = \frac{3x}{8} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{49) a)} \quad \frac{3x-2}{7} - \frac{1-2x}{3} - x = \frac{13x+5}{14} - \frac{5x}{6} \\ \text{b)} \quad \frac{5x-3}{2} - \frac{7-2x}{5} = \frac{9x-7}{10} + 2(2x-1) - \frac{1}{5} \end{array}$$

- 50) a) $x - \frac{20-x}{3} + \frac{3x+4}{8} - \frac{3x-8}{10} = x + \frac{7}{6}$
 b) $\frac{x+2}{3} - \frac{x-1}{4} - \frac{2x-1}{7} = \frac{x-1}{2} - \frac{x-1}{6} - 12$
- 51) a) $(7x-3)^2 - (5x-2)^2 = 4(3x-2)(3x+2) - 3(4x^2+5x)$
 b) $4(5-2x)^2 - (7-x)^2 - (8-3x)(8+3x) = 6(2x+1)^2 + 71$
 c) $(2x-5)^2 - (2x+3)(2x-3) = 2(9-2x)$
 d) $(3x-4)^2 + (4x-5)^2 = (6x-7)^2 - (11x^2-32)$
 e) $(5x-2)^2 + (x+3)^2 = (6x+1)^2 - 2(5x^2+7)$
- 52) a) $(x-2)^3 - (x+6)(x-6)^2 = 16x$ c) $(x-5)^3 - x(x-8)^2 + 2x(x-7) = x(3x-8)$
 b) $(x-3)^3 - (x+9)(x-9)^2 = 54x$ d) $x(x-2)^2 - (x-3)^3 - 4x(x-6) = x(x+2)$
- 53) a) $8x(x-4)^2 - (2x-5)^3 = 2x(39-2x) - 75$
 b) $(2x-4)^3 - 8x(x-5)^2 = 8x(4x-15)$
 c) $3(x-4)^2 - (2x-3)^3 = x(47x-5) - 2x(1+2x)^2 - 209$
 d) $(3x-4)^3 - 3(3x^2-8x)(3x-2) = 2(30x+57) - 2(3x+5)^2$
- 54) a) $\frac{3}{x+4} - \frac{5}{4x} = \frac{1}{x}$ c) $\frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-1} = \frac{3}{x}$
 b) $\frac{3}{x+2} = \frac{1}{x} + \frac{5}{4x}$ d) $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x+4}$
- 55) a) $\frac{1}{2x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{2x}$ c) $\frac{3}{2x-4} - \frac{2}{3x-9} = \frac{5}{6x}$
 b) $\frac{1}{3x-6} + \frac{1}{2x+6} = \frac{5}{6x}$ d) $\frac{4}{3x-9} - \frac{3}{4x-16} = \frac{7}{12x}$
- 56) a) $\frac{5x-3}{6x^2-2x} - \frac{3x+5}{3x-1} = -\frac{1+x}{x}$ c) $\frac{x}{(x-3)^2} - \frac{5}{x^2-3x} = \frac{1}{x}$
 b) $\frac{26x}{6x^2-3x} - \frac{4x+5}{2x-1} = \frac{1-2x}{x}$ d) $\frac{x}{(x+3)^2} + \frac{9}{x^2+3x} = \frac{1}{x}$
- 57) a) $\frac{x+20}{(x-10)^2} = \frac{2}{x+10} - \frac{x}{x^2-100}$ c) $\frac{x}{(x+3)^2} + \frac{1}{3-x} = \frac{9}{x^2-9}$
 b) $\frac{x}{x^2-100} = \frac{2}{x+10} - \frac{x+10}{(x-10)^2}$ d) $\frac{x}{(x-3)^2} + \frac{6}{9-x^2} = \frac{1}{x-3}$

- 58) a) $\frac{3x-1}{3x-6} - \frac{10x+3}{6x^2+12x} = \frac{3x^2+7}{3x^2-12}$ b) $\frac{x-1}{2x-6} - \frac{x^2-1}{2x^2-18} = \frac{6(x+1)}{6x^2+18x}$
- 59) a) $\frac{x+2p}{4} = \frac{x-p}{3}$ c) $\frac{3a-x}{2} = \frac{x+12a}{4}$ e) $\frac{2b-x}{4} = \frac{x-b}{8}$
b) $\frac{7x+q}{5} = 2x-q$ d) $\frac{5a-2x}{6} = \frac{x+a}{4}$ f) $\frac{5x+2a}{6} = \frac{x-a}{4}$
- 60) a) $x-m = m^2 - \frac{x}{m}$ ($m \neq -1, m \neq 0$)
b) $x+m = m^2 + \frac{x}{m}$ ($m \neq 0, m \neq 1$)
c) $m-x = \frac{x}{m} - m^2$ ($m \neq -1, m \neq 0$)
- 61) a) $x - \frac{ax}{a-b} = b$ ($a \neq b, b \neq 0$) c) $\frac{ax}{b-a} + x = b$ ($a \neq b, b \neq 0$)
b) $x + \frac{bx}{a-b} = a$ ($a \neq b, a \neq 0$) d) $\frac{bx}{b-a} - x = a$ ($a \neq b, a \neq 0$)
- 62) a) $\frac{x}{a-b} - \frac{x}{a+b} = \frac{2b}{a+b}$ ($a \neq \pm b, b \neq 0$)
b) $\frac{x}{a+b} - \frac{x}{a-b} = \frac{2b}{b-a}$ ($a \neq \pm b, b \neq 0$)
c) $\frac{x+a}{(x-a)^2} = \frac{2}{x+a} - \frac{x}{x^2-a^2}$ ($x \neq \pm a, a \neq 0$)
d) $\frac{x+a}{x-a} - \frac{x-a}{x+a} = \frac{4ab}{x^2-a^2}$ ($x \neq \pm a, a \neq 0$)
- 63) a) $\frac{a}{x-2b} + \frac{b}{x-2a} = \frac{a+b}{x}$ ($a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0, x \neq 2a, x \neq 2b$)
b) $\frac{a}{x+2b} - \frac{b}{x-2a} = \frac{a-b}{x}$ ($a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0, x \neq 2a, x \neq -2b$)

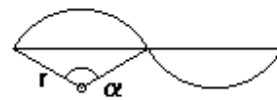
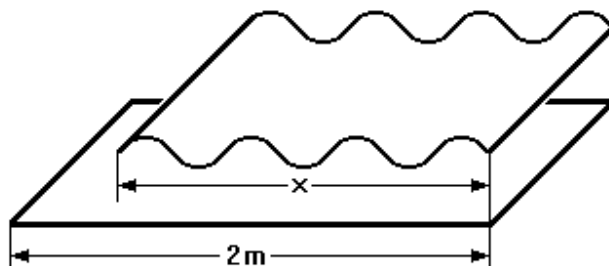
- 64) a) $\frac{1}{ax-ab} + \frac{1}{bx+ab} = \frac{a+b}{abx}$ ($a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0, x \neq -a, x \neq b, a \neq \pm b$)
 b) $\frac{1}{ab-ax} - \frac{1}{ab-bx} = \frac{a-b}{abx}$ ($a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0, x \neq a, x \neq b, a \neq \pm b$)
- 65) Eine natürliche Zahl und ihr Achtel unterscheiden sich um 14. Wie lautet die Zahl?
- 66) Wenn man zu einer Zahl 24 addiert, erhält man um 27 weniger als das Doppelte der Zahl. Wie lautet die Zahl?
- 67) Wenn man die Differenz aus einer Zahl und der Zahl 3 halbiert, erhält man um 3,25 mehr als ein Viertel der Zahl. Wie lautet die Zahl?
- 68) Wenn man das Dreifache einer Zahl um 13 vermindert, erhält man um 11 mehr als ein Drittel der Zahl. Wie lautet die Zahl?
- 69) Zwei Brüder besitzen je 60 S. Wieviel S muß der eine dem anderen geben, damit dieser doppelt so viel besitzt wie er selbst?
- 70) Zwei Freunde besitzen je 150 S. Wieviel S muß der eine dem anderen geben, damit dieser dreimal so viel besitzt wie er selbst?
- 71) Max gibt von seinen 120 Nüssen so viele seinem Bruder Moritz, daß ihm selbst viermal so viele Nüsse bleiben, wie er weggegeben hat. Wie viele Nüsse hat er weggegeben?
- 72) Nach einem Todesfall werden von der Erbschaft von 1,2 Millionen S 5% für Unkosten abgezogen. Der verbleibende Betrag wird so unter den drei Erben aufgeteilt, daß der erste halb so viel wie der zweite und der dritte dreimal so viel wie der erste Erbe erhält. Wieviel S erbt jeder der drei?
- 73) Eine Erbschaft wird nach Abzug von 8% Erbschaftssteuer auf vier Erben folgendermaßen aufgeteilt: A erhält ein Drittel jenes Betrags, der auf C entfällt. B und D erben jeweils um 11 400 S mehr als A. C erhält jenen Betrag, der als Erbschaftssteuer zu entrichten war. Berechne die Größe der Erbschaft vor Abzug der Erbschaftssteuer und die den einzelnen Erben zustehenden Beträge!
- 74) Bei einer Preisverteilung macht der 1. Preis 45%, der 2. Preis 25% und der 3. und 4. Preis jeweils 15% der gesamten ausgezahlten Summe aus. Der Gewinner des 1. Preises spendet 6 500 S für ein Altersheim, wodurch der ihm verbleibende Betrag nur noch der Hälfte des 2. Preises entspricht. Berechne die ausgezahlten Beträge!
- 75) Ein Dreieck mit der Seite c und der Höhe h_c besitzt dieselbe Fläche wie ein Rechteck mit den Seiten a und b. Die Rechtecksseite a verhält sich zur Dreiecksseite c wie 6 : 5. In welchem Verhältnis stehen die zweite Rechtecksseite b und die Dreieckshöhe h_c ?

- 76) Von einem Dreieck kennt man $c = 7 \text{ cm}$ und $h_c = 8 \text{ cm}$. Berechne den Flächeninhalt A_1 eines ähnlichen Dreiecks, dessen Umfang u_1 sich zum Umfang des gegebenen Dreiecks wie $8 : 7$ verhält!
- 77) Von einem Dreieck kennt man die Seiten $a = 12 \text{ cm}$, $b = 13 \text{ cm}$ und $c = 17 \text{ cm}$. Der Flächeninhalt A_1 eines dazu ähnlichen Dreiecks verhält sich zum Flächeninhalt A des gegebenen Dreiecks wie $64 : 49$. Berechne den Umfang u_1 !
- 78) Die Umfänge zweier Kreise verhalten sich wie $3 : 5$.
 a) Berechne das Verhältnis der beiden Radien!
 b) Der Flächeninhalt des ersten Kreises beträgt $36\pi \text{ cm}^2$. Berechne den Umfang des zweiten Kreises!
- 79) In einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete 840 cm lang. Das Verhältnis der Länge der anderen Kathete zu jener der Hypotenuse beträgt $8 : 17$. Berechne die Längen der fehlenden Seiten!
- 80) Die Oberfläche eines Quaders beträgt $118\,096 \text{ cm}^2$, wobei folgende Kantenverhältnisse gegeben sind: $a:b = 2\frac{1}{2}:2\frac{2}{3}$ und $c:b = 1\frac{3}{4}:3\frac{1}{2}$. Berechne die Längen der drei Seiten!
- 81) a) (I) $(2x - 3)(3y + 4) - (6x - 2)y = 26$
 (II) $(4 - 3x)(y + 5) - 3x(1 - y) + 42 = 0$
 b) (I) $(4x + 1)(5 - 3y) + 6x(2y + 3) = 198$
 (II) $(2x - 3)(6y + 5) - 4y(3x - 1) = 49$
- 82) a) (I) $(3y + 5)^2 - (x - 4)^2 = (3y + x)(3y - x) - 2y - 7$
 (II) $(3x - 2)(2y + 5) = 6x(y + 3) + 4$
 b) (I) $(3x - 1)^2 - (y + 5)^2 + 6xy = (3x + y)^2$
 (II) $(2x - 3y)^2 - (4x - 3)(2 - 3y) - (2x + y)(2x - y) = 16 + 10y^2$
- 83) a) (I) $\frac{2x-2}{2y-3} = \frac{10}{3}$
 (II) $\frac{x+1}{3y-2} = \frac{5}{7}$
 b) (I) $\frac{2x-5}{5y+1} = -\frac{1}{9}$
 (II) $\frac{6x-2}{y-1} = -\frac{16}{3}$
- 84) a) (I) $\frac{5x}{x+5} - \frac{3y}{y+3} = 2$
 (II) $\frac{3x}{x-10} + \frac{5y}{y+9} = 8$
 b) (I) $\frac{3x}{x-1} - \frac{y}{y-3} = 2$
 (II) $\frac{3x}{x-3} + \frac{5y}{y-5} = 8$
- 85) a) (I) $3x + 2y = a$
 (II) $2x + y = b$
 b) (I) $x + y = 2a^2 + 2b^2$
 (II) $x - y = 4ab$

- 86) a) (I) $a(x + b) = b(y + a)$ $(a \neq \pm b, a \neq 0, b \neq 0)$
 (II) $b(x - b) = a(y - a)$
- b) (I) $b(x + a) = a(y + b)$ $(a \neq \pm b, a \neq 0, b \neq 0)$
 (II) $a(x - a) = b(y - b)$
- 87) a) (I) $\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = a - b$ b) (I) $\frac{2x}{a} - \frac{y}{b} = ab$
 (II) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b$ (II) $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = a^2 + b^2$
- 88) Zwei Zahlen, von denen die eine das Dreifache der anderen ist, unterscheiden sich um 31. Berechne die Zahlen!
- 89) Die Summe zweier Zahlen ist 0,2. Vermehrt man die erste Zahl um die Hälfte der zweiten, so erhält man 0,14. Berechne die Zahlen!
- 90) Die Differenz zweier Zahlen ist -3. Ändert man das Vorzeichen der ersten Zahl, so ist die Differenz -15. Wie lauten die beiden Zahlen?
- 91) Die Summe zweier Zahlen ist 9. Subtrahiert man von der ersten Zahl das Achtfache der zweiten Zahl, so erhält man -9. Wie lauten die beiden Zahlen?
- 92) Zwei Zahlen verhalten sich wie 2 : 5. Addiert man zur ersten Zahl 5 und zur zweiten Zahl 2, so ist das Verhältnis der neuen Zahlen 5 : 9. Wie lauten die beiden Zahlen?
- 93) Verlängert man jede Seite eines Rechtecks um 6 cm, so nimmt der Flächeninhalt um 168 cm² zu. Verkürzt man jedoch die längere Seite um 6 cm und verlängert man die kürzere um 6 cm, so verringert sich der Flächeninhalt um 24 cm². Berechne die Diagonalen der drei Rechtecke auf 1 Dez. genau!
- 94) Der Umfang eines Rechtecks beträgt 118 cm. Der Flächeninhalt wird um 130 cm² größer, wenn die eine Seite um 21 cm verlängert und die andere um 4 cm verkürzt wird. Berechne die Seilängen des ersten Rechtecks!
- 95) Der Flächeninhalt eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 434 cm². Wenn die Basis halbiert und die Höhe auf die Basis gleichzeitig um 10 cm vergrößert wird, wird der Flächeninhalt um 147 cm² kleiner. Berechne die Seitenlängen des ursprünglichen Dreiecks!
- 96) Ein Deltoid hat den Flächeninhalt 17 cm². Durch Verdoppelung von e und Verlängerung von f um 2 cm erhöht sich der Flächeninhalt auf 51 cm². Berechne die Längen der Diagonalen in beiden Deltoiden!
- 97) Ein Korb enthält 110 Eier, die in Gefäße zu 6 und 10 Stück verpackt werden sollen. Es sollen doppelt so viele Sechserwie Zehnerpackungen entstehen. Berechne, wie viele Gefäße benötigt werden!

- 98) Ein Zug hat zwei- und vierachsige Waggonen. Die Gesamtzahl der Achsen beträgt 40, die Anzahl der vierachsigen Waggonen ist um 1 größer als die Anzahl der zweiachsigen. Aus wieviele Waggonen ist der Zug zusammengestellt?
- 99) In einem Vortragssaal werden Bänke mit je vier bzw. mit je sechs Sitzen aufgestellt. Die Gesamtzahl der Sitzplätze beträgt 138. Die Anzahl der Bänke mit vier Sitzen ist um drei kleiner als die Anzahl der sechssitzigen Bänke. Wie viele Bänke wurden im Saal aufgestellt?
- 100) In einem Stall sind Hühner und Hasen eingesperrt. Man zählt 42 Köpfe und 120 Beine. Wie viele Hasen befinden sich im Stall? Löse die Aufgabe a) mit Hilfe einer Variablen, b) mit Hilfe zweier Variablen!
- 101) Die Seitenlänge eines Quadrats beträgt 5,7 cm.
 a) Berechne Umfang und Flächeninhalt des Inkreises!
 b) Um wieviel Prozent ist der Flächeninhalt des Inkreises kleiner als der Flächeninhalt des Quadrats?
 c) Berechne den Flächeninhalt des von Um- und Inkreis gebildeten Kreistrings!
- 102) Welchen Weg legt die Spitze eines a) 84 cm langen Stundenzeigers einer Turmuhr, b) 132 cm langen Minutenzeigers einer Turmuhr, c) 11 mm langen Sekundenzeigers einer Armbanduhr (1) in einem Tag, (2) in einer Woche, (3) in einem Jahr zurück?
- 103) Von einem Rhombus sind zwei Bestimmungsstücke gegeben. Berechne (1) den Flächeninhalt des Rhombus, (2) den Flächeninhalt des Inkreises, (3) den prozentuellen Unterschied zwischen Inkreis- und Rhombusfläche!
 a) $a = 41 \text{ mm}$, $e = 80 \text{ mm}$, c) $a = 12 \text{ cm}$, $f = 1,6 \text{ dm}$,
 b) $a = 53 \text{ mm}$, $f = 5,6 \text{ cm}$, d) $a = 28,9 \text{ cm}$, $e = 0,272 \text{ m}$.
- 104) Die Erde kann man näherungsweise als Kugel ($r = 6\,370 \text{ km}$) annehmen. Ein Satellit umkreist die Erdkugel in einer Höhe von 600 km. Er hat dabei eine Umlaufzeit von 2 h 10 min.
 a) Wieviel km legt der Satellit bei einer Umkreisung zurück?
 b) Berechne die mittlere Geschwindigkeit des Satelliten in km/h und in km/s!
 c) Wie oft umkreist der Satellit die Erde in 30 Tagen? Welchen Weg legt er dabei zurück?
- 105) Ein Kreis und ein Quadrat mit der Diagonalenlänge d haben a) denselben Umfang, b) denselben Flächeninhalt. Berechne den Durchmesser des Kreises!
- 106) Wien und Kapstadt liegen auf demselben Meridian. Ein Flugzeug fliegt die Strecke Wien (48° n. Br.) bis Kapstadt (34° s. Br.) in 15 km Höhe. Welchen Weg legt es zurück und wie lang dauert der Flug bei einer mittleren Geschwindigkeit von 850 km/h?
- 107) Ein Kreisbogen ist so lang a) wie der halbe Radius, b) wie der Durchmesser, c) wie der dreifache Radius. Berechne jeweils den zugehörigen Zentriwinkel!

- 108) Das Antriebsrad eines Sessellifts hat den Durchmesser 4 m.
- Um wieviel m bewegt sich ein Sessel weiter, wenn das Antriebsrad eine Vierteldrehung macht?
 - Um welchen Winkel muß das Antriebsrad gedreht werden, damit ein Sessel 2 m weiterfährt?

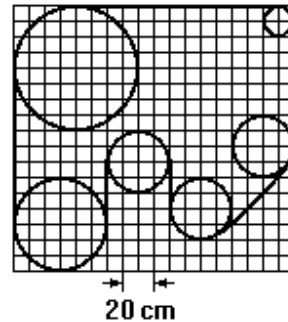


$$r = 6 \text{ cm}$$

$$\alpha = 120^\circ$$

zu 109)

- 109) Die dargestellte Wellblechplatte wurde aus einer 2 m langen, glatten Blech-platte gepreßt. Berechne die Länge x der Wellblechplatte!



- 110) Der Riemen wird über Rollen geführt. Wie lang ist er?

- 111) Bei welchem Zentriwinkel ist der Umfang eines Kreissektors genauso lang wie der Kreisumfang?

- 112) Berechne die fehlenden Größen des gegebenen Kreissektors! (Maße in cm bzw. cm²)

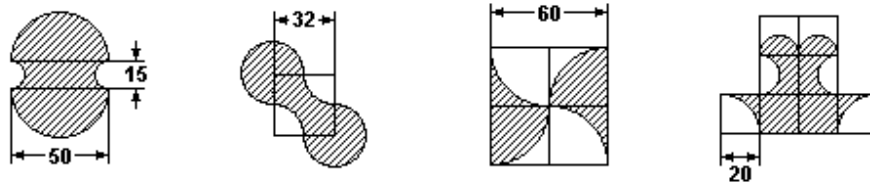
	a)	b)	c)	d)	e)
r	5,0		8,3		
α		68°		189°	
b			11,5		28,0
u	13,5				92,0
A		42,8		63,0	

- 113) Ein Quadrat mit $a = 8,4 \text{ cm}$ und ein Kreissektor mit dem Radius $r = 62 \text{ mm}$ sind flächengleich. Berechne den Umfang des Kreissektors!

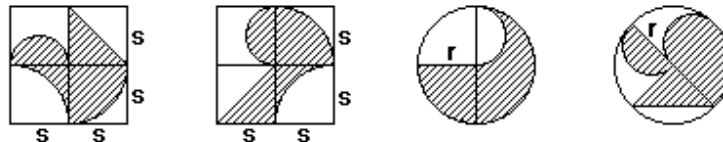
- 114) Ein Kreissektor mit dem Zentriwinkel $\alpha = 75^\circ$ hat den Flächeninhalt $A = 300 \text{ cm}^2$.
- Berechne den Umfang des Kreissektors!
 - Um wieviel Grad ändert sich der Zentriwinkel α , wenn der Radius des Kreissektors bei gleichem Flächeninhalt um 5 cm vergrößert wird?

- 115) Ein Dreieck ($c = 95 \text{ mm}$, $h_c = 6 \text{ cm}$) und ein Kreissektor besitzen die gleiche Fläche, wobei der Radius r des Kreissektors mit der Dreieckshöhe h_c übereinstimmt. Berechne im Kreissektor die Größen b , u und a !

- 116) Berechne Umfang und Flächeninhalt der schraffierten Flächen! (Maße in mm)



- 117) Drück Umfang und Flächeninhalt der schraffierten Flächen durch die gegebenen Größen s bzw. r aus!



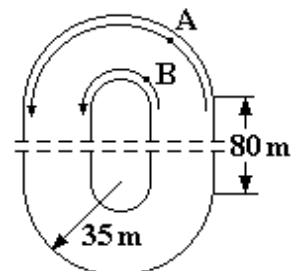
- 118) Der Querschnitt eines Baumstamms ist eine Kreisfläche mit dem Durchmesser $d = 70 \text{ cm}$. Der Anteil der Rindenschicht beträgt 12% der gesamten Querschnittsfläche. Berechne die Dicke der Rinde!

- 119) Eine 7 m breite Straße beschreibt einen Kreisbogen mit $\alpha = 45^\circ$. Der äußere Kurvenradius beträgt 56 m.

- Wieviel m Geländer sind erforderlich, um den inneren und den äußeren Bogen zu schützen?
- Berechne die Fläche des Kurvenstücks!

- 120) Die skizzierte Laufbahn hat eine gleichbleibende Breite von 7 m.

- Läufer A läuft „seine“ Runde in rund 1 m Entfernung von der äußeren, Läufer B „seine“ Runde in rund 1 m Entfernung von der inneren Laufbahnbegrenzung. Um welche Strecke muß der Startpunkt von Läufer A nach vorn versetzt werden, damit die Läufer bei einer Runde dieselbe Strecke zurücklegen?
- Wie groß ist der Streckenunterschied, wenn der eine Läufer genau auf der inneren und der andere genau auf der äußeren Begrenzung läuft?
- Die Laufbahn erhält einen neuen Belag. Wieviel m^2 müssen erneuert werden?

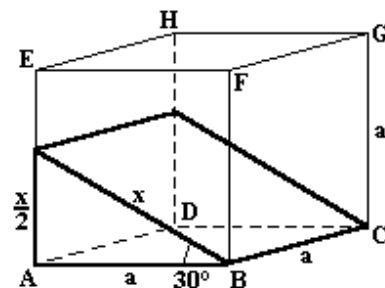


- 121) Die Erde sei eine ideale Kugel mit dem Radius r . Entlang des Äquators soll ein Seil gespannt werden, das um genau 1 m länger ist als der Umfang des Erdäquators. In welcher

Höhe über dem Erdäquator ist das Seil gespannt? Rechne in gleicher Weise für den Mond, dessen Radius sich zum Erdradius wie 3 : 11 verhält!

- 122) Ein gerades quadratisches Prisma mit dem Volumen 2 028 mm ist 1,2 cm hoch. Berechne die Länge der Grundkante, die Flächendiagonalen und die Raumdiagonale!
- 123) Ein 1 m langer Dreikant hat ein gleichschenkligh-rechtwinkliges Dreieck mit $c = 15$ mm als Querschnittsfläche. Berechne die Masse dieses aus Stahl ($\rho = 7,8 \text{ kg/dm}^3$) angefertigten Dreikants!
- 124) In der Optik verwendet man Prismen mit einem gleichseitigen Dreieck als Querschnittsfläche. Berechne die Masse eines solchen Prismas mit $a = 45$ mm und $h = 24$ mm! ($r = 2,5 \text{ kg/dm}^3$)

- 125) Durch die Kante BC des Würfels wird ein Schnitt ausgeführt. Die Schnittebene schließt dabei mit ABCD den Winkel 30° ein. Berechne für das kleinere dadurch entstehende Prisma
- das Volumen,
 - die Oberfläche!
 - Wieviel Prozent des Würfelvolumens beträgt das Volumen des Prismas?

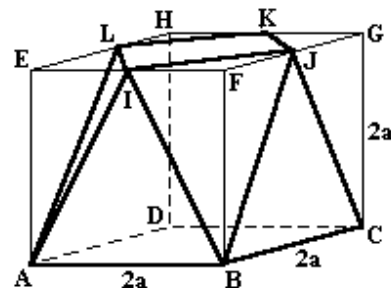


- 126) Von einer regelmäßigen quadratischen Pyramide sind zwei Größen gegeben. Berechne die fehlenden Größen! (Maße in mm)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
a	32	72	12	84		
s			9	77	54	63
h	63	77			19	49
V						
O						

- 127) Die Chepren-Pyramide hat rund 201 m lange Seitenkanten. Ihre quadratische Grundfläche hat einen Umfang von 840 m. Berechne a) die Höhe, b) die Mantelfläche und c) den Rauminhalt dieser Pyramide!
- 128) Von einer regelmäßigen quadratischen Pyramide kennt man
- die Länge der Grundflächendiagonale $d = 4,2$ dm und die Länge der Seitenkante $s = 3,5$ dm,
 - die Körperhöhe $h = 28$ mm und die Höhe einer Seitenfläche $h_a = 35$ mm. Berechne Oberfläche und Volumen der Pyramide!

- 129) Höhe und Grundkante einer regelmäßigen quadratischen Pyramide mit dem Volumen 576 cm^3 stimmen überein. Berechne die Oberfläche der Pyramide!
- 130) Für eine regelmäßige quadratische Pyramide gilt $s = 3a$. Drück Oberfläche und Volumen durch die Grundkante a aus!
- 131) Von einer regelmäßigen sechseitigen Pyramide kennt man $h = 4,5 \text{ cm}$ und $s = 5,3 \text{ cm}$. Berechne Oberfläche und Volumen!
- 132) Von einer regelmäßigen sechseitigen Pyramide kennt man $a = 8,4 \text{ cm}$ und $h = 35 \text{ cm}$. Berechne die Oberfläche und die Summe der Kantenlängen!
- 133) In einer regelmäßigen sechseitigen Pyramide stimmen die Länge der Basiskante a und die Höhe h überein. Drück Volumen und Oberfläche durch a aus!
- 134) Drück das Volumen eines a) regelmäßigen Tetraeders, b) regelmäßigen Oktaeders durch seine Oberfläche aus!
- 135) Eine Tetrapackung (regelmäßiges Tetraeder) soll 1 l Rauminhalt haben. Wieviel cm^2 Material benötigt man für die Herstellung einer solchen Packung, wenn der Verschnitt 15% beträgt?
- 136) Ein regelmäßiges Oktaeder hat 5 hl Rauminhalt. Berechne seine Kantenlänge und seine Oberfläche!
- 137) Einem Würfel mit der Kantenlänge $2a$ werden vier dreiseitige Pyramiden mit der Höhe $2a$ weggeschnitten. Drück Volumen und Oberfläche des Restkörpers durch a aus!
- 138) Nimmt man von der Hälfte einer Zahl 20 weg, so bleibt ein Drittel der Zahl übrig. Wie lautet die Zahl?
- 139) Von zwei Brettern ist das eine dreimal so lang wie das andere. Ihre Längen unterscheiden sich um 180 cm . Ermittle die Länge der beiden Bretter!
- 140) Von zwei Brettern ist das eine dreimal so lang wie das zweite. Schneidet man vom längeren Brett ein 40 cm langes Stück ab, so verhält sich die Länge dieses Stücks zu den verbleibenden Brettern wie $1 : 2 : 5$. Dabei ist das ursprünglich längste Stück auch nach der Verkürzung das längste. Wie lang sind die Bretter?
- 141) Ein Wanderer sagt erschöpft: „Ich habe schon ein Zehntel meines Weges hinter mir. Würde ich jetzt noch 500 m wandern, wäre ich insgesamt bereits ein Neuntel meiner langen Wanderung gegangen.“ Über wieviel km geht die ganze Wanderung?



- 142) Franz sagt: „Von meinem Geld habe ich bereits die Hälfte, dann ein Drittel und schließlich vom Rest ein Viertel ausgegeben. Jetzt besitze ich noch 30 Schilling.“ Wieviel Schilling hatte Franz ursprünglich besessen?
- 143) Annemarie sagt zu ihrem Bruder Markus: „Gibst du mir 20 Schilling, so habe ich eineinhalb mal so viel Geld wie du.“ Markus erwidert: „Gibst du mir 10 Schilling, so haben wir beide gleich viel.“ Wieviel besitzt jeder der beiden?
- 144) Herr Müller und Herr Kranewitter sind zusammen 76 Jahre, Herr Müller und Herr Brauner zusammen 86 Jahre und Herr Brauner und Herr Kranewitter zusammen 96 Jahre alt. Wie alt ist jeder der drei Herren?
- 145) Ein Vater ist 48 Jahre alt, seine Tochter ist halb so alt wie er. Vor wieviel Jahren war der Vater dreimal so alt wie seine Tochter?
- 146) Vater und Sohn sind zusammen 53 Jahre, Vater und Mutter sind zusammen 80 Jahre, Mutter und Sohn sind zusammen 49 Jahre alt. Wie alt ist jedes der drei Familienmitglieder?
- 147) Onkel Rudi ist um 32 Jahre älter als sein Neffe. Vor zwei Jahren war er siebzehnmal so alt wie sein Neffe. Wie alt sind die beiden?
- 148) Karl ist um 3 Jahre jünger als Anton, Anton ist um 2 Jahre jünger als Manfred. Manfred und Karl sind zusammen 39 Jahre alt. Wie alt sind die drei?
- 149) Beweise: Das Quadrat jeder natürlichen Zahl ist entweder ein Vielfaches von 4 oder es liefert bei Division durch 4 den Rest 1.
- 150) Beweise: Die drei Höhen eines Dreiecks verhalten sich wie die Reziprokwerte der zugehörigen Seitenlängen.
- 151) Christian sagt zu Peter: „Wenn du mir 2 Schilling gibst, dann besitzen wir beide gleich viel Geld.“ Peter erwidert: „Wenn du mir 2 Schilling gibst, dann besitze ich a) doppelt, b) dreimal, c) fünfmal, d) sechsmal, e) neunmal so viel wie du.“ Wieviel Geld besitzt jeder der beiden?
- 152) Halbiert man eine bestimmte zweistellige Zahl, so ist die neue Zahl um 10 größer als die Ziffernsumme der ersten Zahl. Verdoppelt man dagegen die erste Zahl, so ist die zuletzt erhaltene Zahl um 61 größer als die Ziffernsumme der ersten Zahl. Wie lautet die ursprüngliche Zahl?
- 153) Einem Drehkegel mit $r : h = 3 : 4$ ist eine Kugel mit dem Radius ρ einzuschreiben. Berechne das Verhältnis $r : \rho$ sowie das Verhältnis der Oberflächen und Volumina der beiden Körper!

- 154) Ein Rechteck, dessen Seiten sich wie $x : y$ verhalten, wird derart zum Mantel eines Drehzylinders zusammengerollt, daß seine kürzere Seite zur Höhe des Drehzylinders wird. Berechne das Verhältnis von Grund- und Mantelfläche für folgende Werte:
a) $x : y = 2\pi : 3$, b) $x : y = 3 : 4$, c) $x : y = 4 : \pi$
- 155) Einer Kugel mit dem Radius R ist ein Drehkegel mit dem Radius r und der Höhe h mit
a) $r : h = 1 : 2$, b) $r : h = 1 : 1$, c) $r : h = 1 : 3$, d) $r : h = 2 : 1$ eingeschrieben. Wie verhalten sich die Oberflächen und Rauminhalte der beiden Körper?
- 156) Einem gleichseitigen Drehkegel ist eine Kugel a) umschrieben, b) eingeschrieben. Wie verhalten sich die Oberflächen und Volumina der beiden Körper?
- 157) Ein Drehkegel wird durch eine zur Grundfläche parallele Ebene in halber Höhe durchgeschnitten. Wie verhalten sich die Volumina der beiden entstehenden Körper?
- 158) Ein Kreissektor mit a) $R = 50 \text{ mm}$, $\alpha = 288^\circ$, b) $R = 25 \text{ cm}$, $\alpha = 100^\circ 48'$ wird zum Mantel eines Drehkegels zusammengerollt. Berechne Oberfläche und Volumen des Drehkegels!
- 159) Einer Kugel ($r = 48 \text{ mm}$) wird ein gerades, quadratisches Prisma mit $a : h = 2 : 1$ eingeschrieben. Berechne Oberfläche und Volumen des Prismas!
- 160) Almdorf und Bachweiler liegen 36 km voneinander entfernt. Herr Arndt verläßt um 9.54 mit seinem Fahrrad Almdorf und fährt mit 18 km/h in Richtung Bachweiler. Um 10.19 startet Herr Baumann in Bachweiler und fährt mit 20 km/h Herrn Arndt entgegen. Wann und wo treffen einander die beiden Radfahrer?
- 161) Herr Gruber verläßt Grafenberg mit seinem Auto um 7.26 und fährt mit 66 km/h in Richtung Herzogburg. Dort ist um 7.11 Herr Hofbauer, der ihm mit 72 km/h entgegenkommt, losgefahren. Um 8.46 sind die beiden noch 23 km voneinander entfernt. Wann und wo treffen einander die beiden Autofahrer?
- 162) Herr Sauer fährt mit seinem Auto um 15.38 von Solberg in Richtung Tettelwang, das 107 km von Solberg entfernt ist, ab. Seine Geschwindigkeit beträgt 84 km/h. Von Tettelwang kommt ihm Herr Trost mit 75 km/h entgegen. Die beiden treffen einander um 16.33. Wann ist Herr Trost in Tettelwang abgefahren? Wo liegt der Treffpunkt?
- 163) Joe Killer aus Punching Town fährt mit der Kutsche um 10 Uhr ab, weil er mit Fred Knocker aus Deathly Gulch, der ihm zwei Pferde gestohlen hat, um 12 Uhr abrechnen will. Joe ist mit 5 Meilen pro Stunde unterwegs. Fred Knocker fährt um 10.30 in Deathly Gulch mit 4 Meilen pro Stunde ab, um rechtzeitig beim vereinbarten Treffpunkt Maniac Valley, das zwischen Punching Town und Deathly Gulch liegt, einzutreffen. Um 10.40 erhält Sheriff Mike Coltless aus Punching Town von seinem Kollegen aus Deathly Gulch die telegraphische Mitteilung, daß Fred Knocker unschuldig und der wahre Täter soeben verhaftet worden ist. Mike Coltless sattelt sofort sein Pferd und reitet bereits 5 Minuten nach Einlangen des Telegramms Joe Killer nach.
a) Berechne die Entfernung zwischen Punching Town und Deathly Gulch!

- b) Wie schnell muß das Pferd von Mike Coltless laufen, damit ein Blutvergießen rechtzeitig verhindert werden kann?
- 164) Hase und Igel laufen um die Wette. Der Hase läuft mit 36 km/h, der Igel mit 20 km/h, wobei der Hase dem Igel einen Vorsprung von 50 m einräumt. Wann holt der Hase den Igel ein, und welchen Weg legt der Hase bis zu diesem Zeitpunkt zurück?
- 165) Ein LKW-Zug ist 18 m lang und fährt mit 80 km/h. Er wird von einem 4 m langen PKW mit 100 km/h überholt. Das Überholmanöver beginnt und endet jeweils bei 15 m Abstand zwischen den beiden Fahrzeugen. Ein entgegenkommendes Auto fährt mit einer Geschwindigkeit von 90 km/h.
- Wie lang dauert der Überholvorgang?
 - Wie lang ist die Überholstrecke?
 - Welche Strecke muß der überholende Lenker zu Beginn des Überholvorgangs mindestens einsehen können?
- 166) Wieviel Liter Wasser von 18°C muß man mit 28 l Wasser von 60°C mischen, um Badewasser von 34°C zu erhalten?
- 167) 24 l 96%igen Alkohols sollen zu 18%igem Alkohol verdünnt werden. Wieviel Liter Wasser muß man beimengen?
- 168) Herr Weinpansch hat 60%igen und 96%igen Alkohol lagernd und soll 180 l 80%igen Alkohol herstellen. Wieviel Liter jeder Sorte muß Herr Weinpansch mischen?
- 169) Mischt man 20 l der Spiritussorte A mit 10 l der Spiritussorte B, so erhält man 70%igen Spiritus. Mischt man dagegen 5 l der Sorte A mit 7 l der Sorte B, so erhält man 62,5%igen Spiritus. Berechne den Alkoholgehalt jeder der beiden Sorten!
- 170) Ein Wasserbecken wird durch Pumpe A in 12 Stunden, durch Pumpe B in 6 Stunden und durch Pumpe C in 4 Stunden gefüllt.
- Wie lang dauert die Füllung, wenn alle drei Pumpen gleichzeitig eingesetzt werden?
 - Wie lang dauert die Füllung, wenn zunächst die Pumpen A und B und nach einer Stunde alle drei Pumpen in Betrieb genommen werden?
- 171) Das Wasser eines Wasserbeckens kann durch vier Abflußrohre A, B, C und D abgelassen werden. Dabei dauert die Entleerung durch Rohr A 18 Stunden, durch Rohr B 12 Stunden und durch Rohr C 6 Stunden. Wenn alle vier Abflußrohre geöffnet werden, wird das Becken in 2 h 24 min entleert.
- In welcher Zeit wird das Wasserbecken durch Rohr D entleert?
 - Wie lang dauert die Entleerung, wenn zunächst Rohr D für 2 Stunden und anschließend alle vier Rohre geöffnet werden?
- 172) Ein Wasserbecken wird durch vier Zuflüsse gespeist. Es wird durch Rohr A in 8 Stunden, durch Rohr B in 4 Stunden und durch Rohr C in 6 Stunden gefüllt. Wenn alle vier Zuflüsse in Betrieb genommen werden, dauert die Füllung 1 h 36 min.

- a) Wie lang dauert die Füllung durch Rohr D?
- b) Wie lang dauert die Füllung, wenn das Becken zunächst bis zu 60% seines Volumens durch die Pumpen A und B und anschließend bis zum vollen Inhalt durch alle vier Pumpen mit Wasser versorgt wird?