

2. Mathematikschularbeit 6a

2.3.2020

Name: _____

Punkte: _____

Note: _____

Unterschrift: _____

Punkteschlüssel

Note	Sehr Gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Nicht Genügend
Punkte	24-20	19-16	15-12	11-8	< 8

wobei jeweils zumindest 8 Grundkompetenzpunkte erreicht werden müssen!

Viel Erfolg!

	Teil 1	Teil 2	Teil 2/Komp. Teil 1	Gesamtpunkte
Punkte	___/12P	___/12P	___/2P	___/24P

Hinweise:

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche“ ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Aufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $\frac{2}{3}$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** umfasst den „Erweiterungsstoff“. In den drei Aufgaben können insgesamt 12 Punkte erreicht werden. Es können zwei Ausgleichspunkte (gekennzeichnet mit **A**) für den Teil 1 erworben werden.
- Sowohl in **Teil 1** als auch **Teil 2** darf der Taschenrechner als Hilfsmittel verwendet werden. Alle Rechenwege müssen jedoch nachvollziehbar angeschrieben werden.

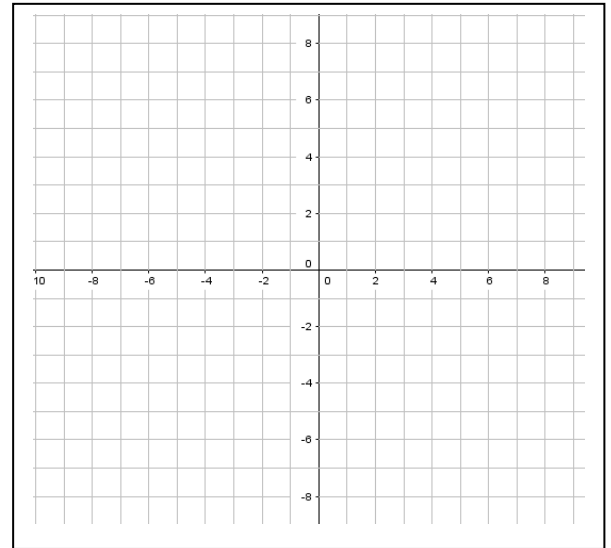
Teil I: Grundkompetenzen (12 Punkte)

Beispiel 1 : (1 Punkt)

Skizziere die Graphen zweier linearer Funktionen f_1 und f_2 , für die die nachfolgenden Bedingungen gelten.

$$f_1(x): k < 0, d = 0$$

$$f_2(x): k = 0, d > 0$$



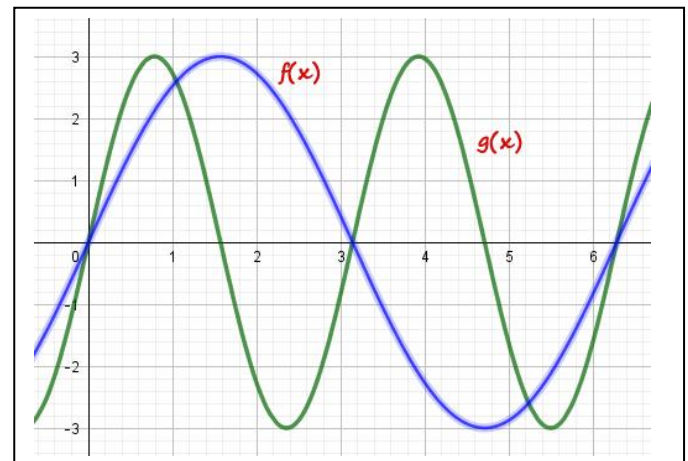
Beispiel 2 : (1 Punkt)

Die Flugkurve eines Schlagballs hat die Funktionsgleichung $h(x) = -0,03x^2 + 0,9x + 1,25$, wobei $h(x)$ die Höhe des Balles (in m) und x die horizontale Entfernung (in m) vom Abwurfort ist.

Die Eigenschaft $h(0) = 1,25$ gibt an, dass _____. Der Ball landet nach _____ Meter wieder am Boden.

Beispiel 3 : (1 Punkt)

In der nebenstehenden Grafik sind zwei Funktionen $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ und $g(x) = a_1 \cdot \sin(b_1 \cdot x)$ dargestellt. Ergänze die Textlücken im folgenden Satz so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht. Um aus dem Graphen der Funktion $f(x)$ den Graphen von $g(x)$ zu erhalten, muss man ____ (1) ____ und ____ (2) ____.



(1) a vergrößern ☐ a verkleinern ☐ a unverändert lassen ☐

(2) b vergrößern ☐ b verkleinern ☐ b unverändert lassen ☐

Beispiel 4 : (1 Punkt)

Eine Funktion der Form $f(x) = c \cdot \cos(b \cdot x)$ besitzt die Nullstelle $N(\pi/8 | 0)$. Bestimme b!

b= _____.

Beispiel 5 : (1 Punkt)Bestimme $x \in \mathbb{R}$!

$^x \log 8 = 3$	$x =$
$27^x = 3$	$x =$
$^{10} \log \frac{1}{1000} = x$	$x =$

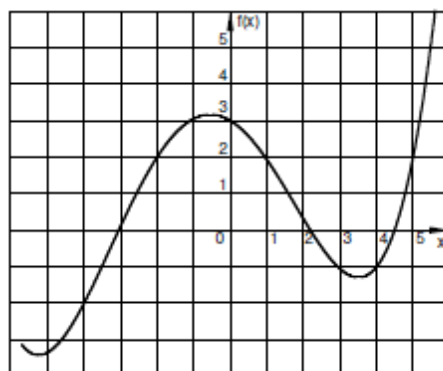
Beispiel 6 : (1 Punkt)

Für ein Wachstumsgesetz der Form $K_t = K_0 \cdot q^t$ gilt: $K_6 = 2 \cdot K_4$. (t in Jahren). Wie groß ist die jährliche Wachstumsrate in %? _____ %.

Beispiel 7 : (1 Punkt)

Kreuze die für den hier abgebildeten Graphen zutreffende(n) Eigenschaft(en) an!

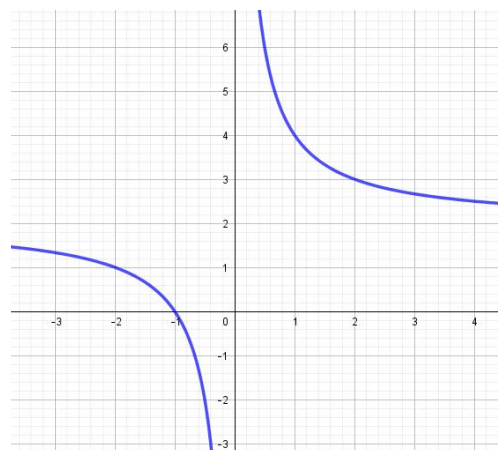
Die abgebildete Funktion ist im Intervall $[0;1]$ streng monoton steigend.	☐
$x = -0,5$ ist lokale Maximumstelle.	☐
Die dargestellte Funktion ist im Intervall $[1;3]$ streng monoton fallend.	☐
$x = 3,5$ ist eine globale Minimumstelle.	☐
Die Funktion ist im Intervall $[-1;2]$ monoton steigend.	☐

**Beispiel 8 : (1 Punkt)**

Das radioaktive Element Polonium 212 hat eine außerordentlich geringe Halbwertszeit von $0,3 \mu\text{s}$. Stelle das Zerfallsgesetz von Polonium 212 in der Form $C_t = C_0 \cdot e^{a \cdot t}$ auf (t in μs)!

 $C_t =$ _____**Beispiel 9 : (1 Punkt)**Gegeben ist der Graph der Funktion f vom Typ

$f(x) = a \cdot x^{-1} + b$ mit den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$. Ermittle die Parameter a und b !

 $a =$ _____ $b =$ _____

Beispiel 10 : (1 Punkt)

Eine Insektenanzahl vermehrt sich wöchentlich um 25 %. Ein Forscher behauptet, dass sich die Insektenanzahl alle 4 Wochen verdoppelt. Ist diese Behauptung richtig oder falsch? Begründe deine Antwort rechnerisch!

Beispiel 11 : (1 Punkt)

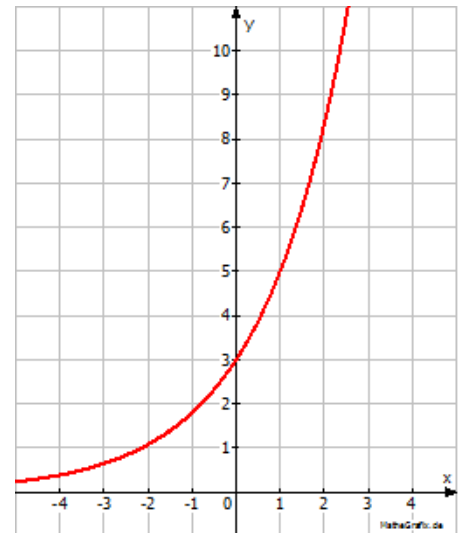
Gegeben ist der Graph einer Exponentialfunktion

$$f(x) = a \cdot b^x \quad (a, b \in \mathbb{R}^+).$$

Bestimme die Werte der Parameter a und b!

a= _____

b= _____

**Beispiel 12 : (1 Punkt)**

Der Luftdruck nimmt mit zunehmender Höhe ab. Durch eine Funktion p wird jeder Seehöhe $[h \text{ in m}]$ der zugehörige Luftdruck $p(h)$ [in hPa] zugeordnet.

p_0 ist der Luftdruck auf Meeresniveau ($h=0\text{m}$)

Was bedeuten in diesem Zusammenhang folgende Terme?

(1) $p(h) - p_0$ _____

(2) $\frac{p(h) - p_0}{h}$ _____

(3) $\frac{p(h) - p_0}{p_0}$ _____

Teil II: Erweiterungsstoff (12 Punkte)

Beispiel 1 : (4 Punkte)

Gegeben sind drei Graphen A, B, C.

a) (2 Punkte) Kreuze in der Tabelle für jeden Graphen an, welche

Bedingungen für die Parameter a , b , z erfüllt sein müssen, damit der Graph der Funktion

$$f(x) = a \cdot x^z + b$$

den dargestellten Verlauf besitzt!

A					B					C				
	-2	-1	1	2		-2	-1	1	2		-2	-1	1	2
$a =$	☐	☐	☐	☐	$a =$	☐	☐	☐	☐	$a =$	☐	☐	☐	☐
$b =$	☐	☐	☐	☐	$b =$	☐	☐	☐	☐	$b =$	☐	☐	☐	☐
$z =$	☐	☐	☐	☐	$z =$	☐	☐	☐	☐	$z =$	☐	☐	☐	☐

b) (2 Punkte) Gib für die Funktionen in A, B und C jeweils die Definitionsmenge D, Wertemenge W, das Monotonieverhalten und die Anzahl der Nullstellen an!

Beispiel 2 : (4 Punkte)

Für das radioaktive Element Cäsium 131 (Cs^{131}) gilt folgendes Zerfallsgesetz:

$$C(t) = C_0 \cdot e^{-0,077 t}. C(t) \text{ gibt dabei die Cäsiumkonzentration nach } t \text{ Tagen an.}$$

a) (A) Bei einem chemischen Experiment wurden $40 \mu\text{g Cs}^{131}$ freigesetzt. Um welchen Prozentsatz hat die Menge nach 20 Tagen abgenommen?

b) Welche Menge an Cs^{131} darf höchstens freigesetzt werden, wenn nach 1 Jahr (365 Tage) nur noch $1 \mu\text{g Cs}^{131}$ vorhanden sein darf?

c) Bestimme die Halbwertszeit von Cs^{131} !

d) Wann ist die Menge des freigesetzten Cs^{131} auf weniger als 1% der Anfangskonzentration gesunken?

Beispiel 3 : (4 Punkte)

Am Eröffnungstag eines Streichelzoos befanden sich 93 Meerschweinchen in einem Gehege.
Ein Jahr später waren es bereits 115 Meerschweinchen.



Für die Meerschweinchenvermehrung im Zeitverlauf können unterschiedliche Modellannahmen getroffen werden. Dabei bezeichne $M(t)$ die Anzahl der Meerschweinchen zum Zeitpunkt t .

- a) **(A)** Gib das Wachstumsgesetz an, wenn man von einem linearen Wachstum ausgeht!
Wie viele Meerschweinchen wären nach diesem Modell in 5 Jahren im Zoogehege?
- b) Gib das Wachstumsgesetz an, wenn man annimmt, dass das Wachstum exponentiell verläuft! Um wieviel Prozent wächst die Meerschweinchenpopulation jährlich?
- c) Das Gehege kann maximal 500 Meerschweinchen aufnehmen. Nach wie vielen Jahren ist diese Kapazitätsgrenze erreicht?
- d) Gib eine Formel für die Verdopplungszeit in diesem Wachstumsmodell an und begründe, warum die Verdopplungszeit unabhängig von der Anzahl der Meerschweinchen ist!