Teil I: Grundkompetenzen (12 Punkte)

Beispiel 1 : (1 Punkt)

Für die Bewegung eines Fahrzeugs gilt die Zeit – Ort – Funktion $s(t) = 20 + 6t + {}^{1}/_{2}\ t^2$. (t in s, s(t) in m). Für die mittlere Geschwindigkeit $\overline{v}$ des Fahrzeugs im Intervall [2; 6] gilt dann:

□ $\overline{v}= 6\,{}^{m}/_{s}$ □ $\overline{v}= 4\,{}^{m}/_{s}$ □ $\overline{v}= 40\,{}^{m}/_{s}$ ■ $\overline{v}= 10\,{}^{m}/_{s}$ □ $\overline{v}= 8\,{}^{m}/_{s}$

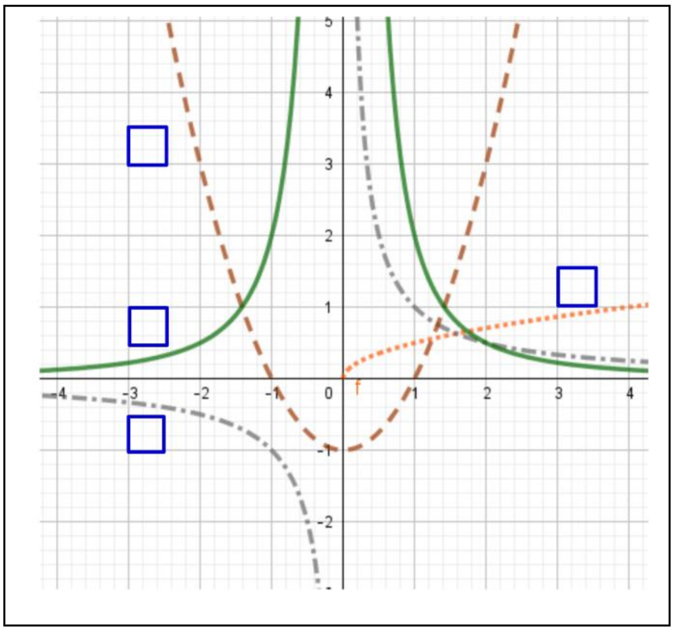
Beispiel 2 : (1 Punkt)

Ordne den nebenstehenden Graphen die vier passenden Funktionsgleichungen zu! Beschrifte die Graphen richtig!

A: $f_1(x) = \dfrac{1}{x}$ B: $f_2(x)= 2\,x^{-2}$ E

C: $f_3(x) = \dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{x}$ D: $f_4(x) = \dfrac{1}{x^2}$ B C

E: $f_5(x) = x^2 – 1$ A



Beispiel 3 : (1 Punkt)

Kreuze nur die zutreffenden Eigenschaften für die folgenden Funktionen im richtigen Feld an!

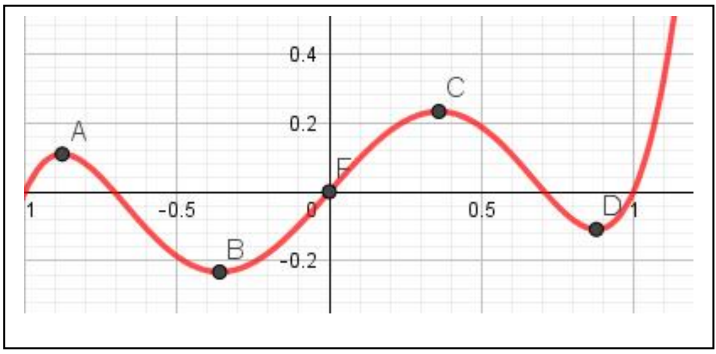
Eigenschaften	$f(x) = {}^{1}/_{x}$	$f(x) = \sin(x)$	$f(x)= - x^2$
monoton steigend in [0 ; 1]	□	■	□
Auf ganz ℝ definiert	□	■	■
f(x) ist eine periodische Funktion	□	■	□

Beispiel 4 : (1 Punkt) Die nebenstehende Graphik zeigt den Verlauf einer Funktion f(x). Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

□ A ist globales Maximum ■ B ist globales Minimum

■ C ist lokales Maximum □ D ist globales Minimum

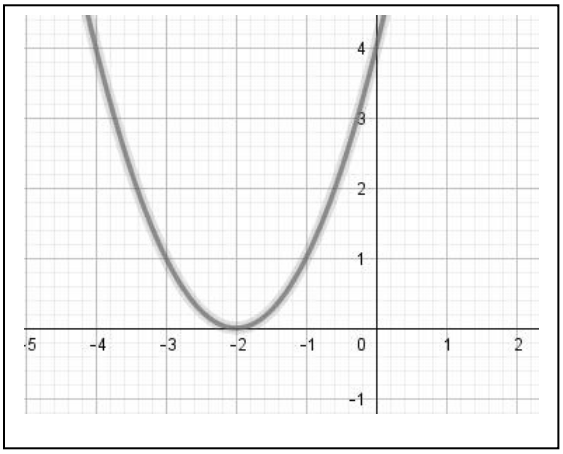
□ F ist lokales Maximum



Beispiel 5 : (1 Punkt)

In der nebenstehenden Graphik ist die Funktion $f(x) = (x - a)^2$ dargestellt. Bestimme den Wert der Konstanten a!

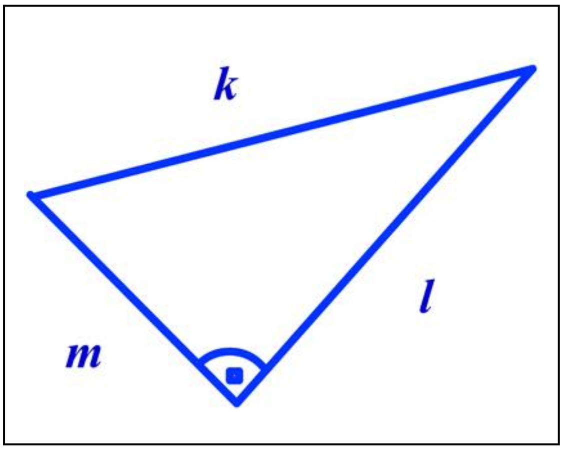
a= - 2 (!!) $f(x) = (x + 2)^2$



Beispiel 6 : (1 Punkt)

In nebenstehendem Dreieck kennt man die Seiten k und m. Der Winkel α wird von den Seiten k und l eingeschlossen. Gib eine Formel an, mit der man α berechnen kann!

$\alpha = \sin^{-1} (m / k)$



Beispiel 7 : (1 Punkt)

Die Spitze eines Kirchturms erscheint in einer waagrechten Entfernung von 250m unter einem Winkel von α = 17°. Bestimme die Höhe des Kirchturms!

h = 250 · tan (17°) = 76,43m.

Beispiel 8 : (1 Punkt)

Gegeben sind Bedingungen für ein Winkelmaß α.

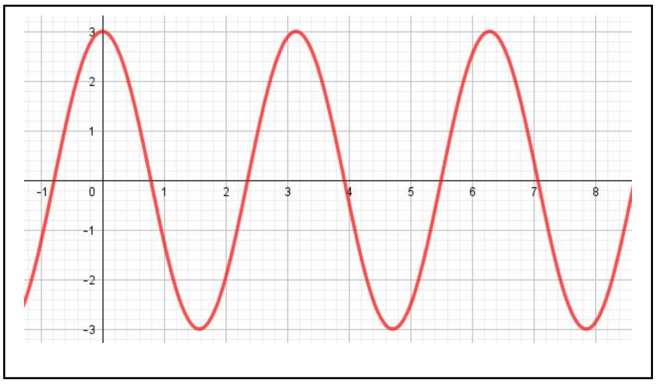
Ordne der Bedingung in der oberen Tabelle ein passendes Winkelmaß α aus der unteren Tabelle zu!

$\sin\alpha < 0$ und $\cos\alpha > 0$	B
$\sin\alpha > 0$ und $\cos\alpha = 0$	E
$\sin\alpha = -1$ und $\cos\alpha = 0$	A
$\sin\alpha > 0$ und $\cos\alpha < 0$	D
$\sin\alpha = 0{,}5$ und $\cos\alpha > 0$	C

A	270°
B	315°
C	30°
D	135°
E	90°
F	180°

Beispiel 9 : (1 Punkt)

Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen einer Funktion f mit f(x) = a · cos (b · x). Bestimme die Werte der Konstanten a und b!

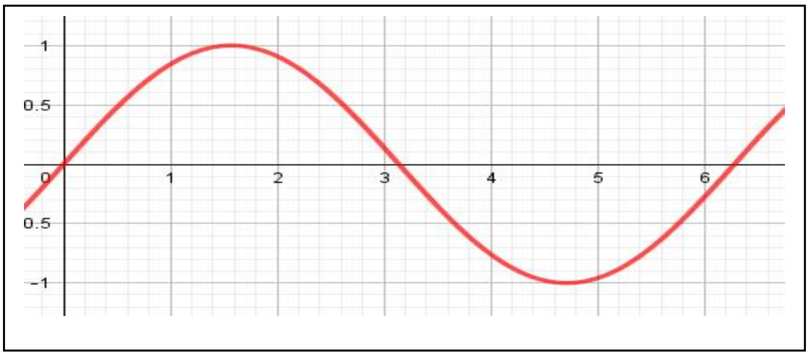


a= 3   b=   2

Beispiel 10 : (1 Punkt)

Skizziere zum vorgegebenen Graphen der Funktion f(x) = sin(x) den Graphen der Funktion

g(x) = sin(0,5x)



Beispiel 11 : (1 Punkt)

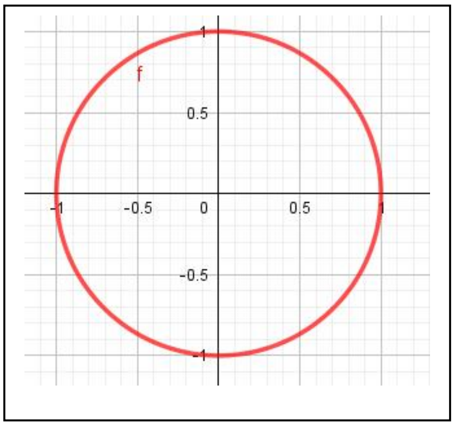
Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Unbekannten x über der Grundmenge ℝ:

$x^2 + 10x + q = 0$ mit $q \in \mathbb{R}$.

Gib an für welche Werte für $q \in \mathbb{R}$ die Gleichung genau zwei Lösungen besitzt!   q < 25 !

Beispiel 12 : (1 Punkt)

Zeichne in den vorgegebenen Einheitskreis den Abschnitt cos (135°) ein!



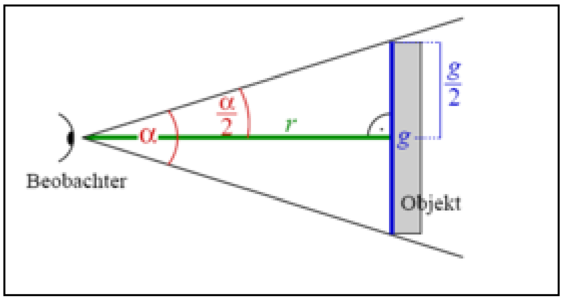
Hinweise:

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche" ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Teilaufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $^2/_3$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen. **Teil 2** folgt und wird getrennt von Teil 1 bearbeitet.

Teil 2 – Erweiterungsstoff

Die mit (A) gekennzeichneten Aufgaben 2a und 3a enthalten Kompensationspunkte für die Aufgaben des 1. Teils und können ergänzend zu Teil 1 bearbeitet werden!

1)Trigonometrie (4 Punkte)



Die scheinbare Größe (auch scheinbarer Durchmesser, Sehwinkel, Gesichtswinkel) eines Objekts ist der Winkel, unter dem es von einem Beobachter wahrgenommen wird. Die nebenstehende Abbildung verdeutlicht den Zusammenhang zwischen scheinbarer Größe α, Entfernung *r* und wahrer Ausdehnung *g* eines Objekts.

a) Stelle eine Formel auf, mit der man bei gegebenem Sehwinkel α und bekannter Entfernung r die Größe g des Gegenstands ermitteln kann!

$\tan(^{\alpha}/_{2}) = {}^{g}/_{2r}$. Daraus erhält man: $g = 2r \cdot \tan(^{\alpha}/_{2})$.

b) Das gesunde menschliche Auge hat einen Gesichtswinkel von ca. 140°. Wie weit muss man sich von einem 20m hohen Gegenstand entfernen, um ihn im Gesichtsfeld vollständig zu erfassen?

Es gilt: $r = g / (2 \cdot \tan(^{\alpha}/_{2}))$ und daher: r =3,64m.

c) Durch Erkrankungen am Auge kann der Gesichtswinkel eingeschränkt sein. Ein gesundes Auge erfasst in einer bestimmten Entfernung einen Gegenstand von 1m Höhe. Um wieviel % weniger erfasst ein erkranktes Auge, das nur einen Gesichtswinkel von 100° hat?

Es gilt: $r = 1 / (2 \cdot \tan(^{\alpha}/_{2}))$ und daher: r =0,182m. Für einen Gesichtswinkel von 100° gilt entsprechend:

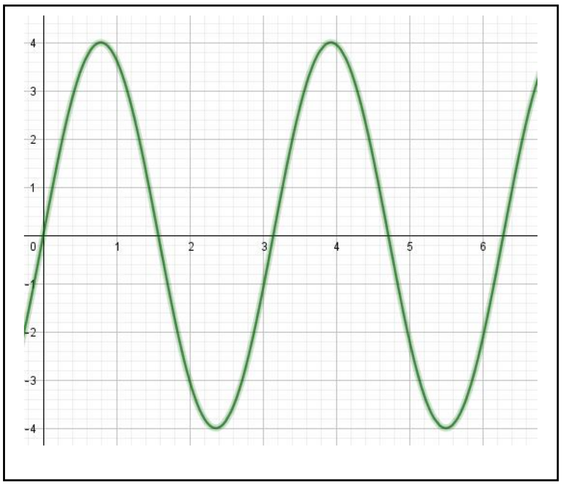
$g = 2r \cdot \tan(^{\alpha}/_{2})$. und daher: g=0,433m, daher ca. 56,6% weniger.

d) Der Durchmesser des Vollmonds erscheint von der Erde betrachtet unter einem Gesichtswinkel von ca. 0,52°. Die Entfernung Erde – Mond beträgt ca. 384000km. Bestimme daraus den Monddurchmesser!

Es gilt: $g = 2r \cdot \tan(^{\alpha}/_{2})$ mit r=384000km und $^{\alpha}/_{2} = 0{,}26°$. Daher: g=3485km.

2) Winkelfunktionen (4 Punkte)

a) **(A)** Skizziere den Verlauf der Funktion $f(x) = 4 \cdot \sin(2x)$ im Intervall [0; 2π]!



b) Bestimme alle lokalen Extremwerte im Intervall [0; π] und zeichne sie in die Graphik ein!

Max($^{\pi}/_{4}$| 4), Min($^{3\pi}/_{4}$ | -4)

c) Eine Funktion g(x) = cos(b· x) soll Nullstellen bei N_1(π | 0), N_2(2π | 0), … haben. Bestimme den Wert von b!

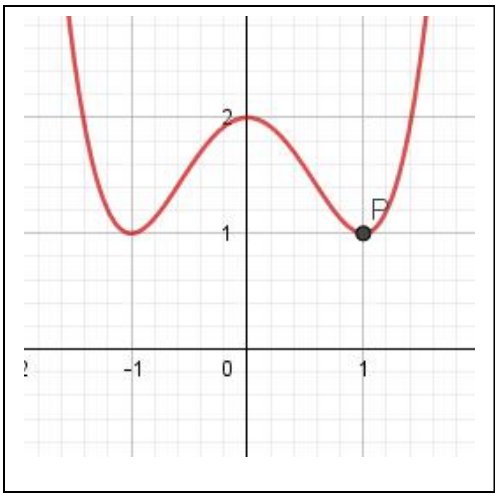
b= $^{1}/_{2}$, $^{1}/_{4}$, $^{1}/_{6}$, $^{1}/_{8}$, …

d) Für 2 Funktionen f(x) und g(x) gilt: f(x) = 3 · sin(2x) und g(x) = $^{1}/_{2}$ sin (3x) Dann gilt:

□ f(x) hat die größere Frequenz □ g(x) hat die größere Amplitude ■ g(x) schwingt „schneller"

■ f(x) hat die größere Periodenlänge

3) Funktionen und Funktionseigenschaften (4 Punkte)



Die nebenstehende Graphik zeigt den Verlauf der Funktion

$f(x) = x^4 – 2x^2 + 2$.

a) **(A)** Beschreibe die Symmetrieeigenschaften der Funktion f(x) und begründe sie!

f(x) ist achsensymmetrisch, Begründung: Die Funktionsgleichung enthält ausschließlich gerade Exponenten.

b) Gib alle Monotonieintervalle für f(x) an!

f(x) ist streng monoton fallend in (-∞; -1], [0 ; 1]

f(x) ist streng monoton steigend in [-1; 0], [1; ∞)

c) Eine Funktion $g(x) = ax^2 + c$ enthält den Punkt Q(0 |2) und geht durch P. Bestimme die Gleichung von g(x)!

Es gilt: c=2 und g(1) =1. Daher ist: 1 = a + 2 und a = -1. Die Gleichung von g(x) lautet daher:

$g(x) = -x^2 + 2$

d) Begründe, warum g(x) Nullstellen besitzen muss und berechne sie!
g(x) muss Nullstellen haben, da sie symmetrisch zur y- Achse, nach oben verschoben und nach unten geöffnet ist.
N_1(√2 | 0) und N_2(-√2 | 0)