2. Mathematikschularbeit 7a
08.03.2019

Name: ______________________________

Punkte: ______________________________

Note: ______________________________

Unterschrift: ______________________________

Punkteschlüssel

Note	Sehr Gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Nicht Genügend
Punkte	24-20	19-16	15-12	11-8	< 8

wobei jeweils zumindest 8 Grundkompetenzpunkte erreicht werden müssen!

Viel Erfolg!

	Teil 1	Teil 2	Teil 2/Komp. Teil 1	Gesamtpunkte
Punkte	__/12P	__/12P	__/2P	__/24P

Hinweise:

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche" ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Aufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $^2/_3$der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** umfasst den „Erweiterungsstoff". In den drei Aufgaben können insgesamt 12 Punkte erreicht werden. Es können zwei Ausgleichspunkte (gekennzeichnet mit **A**) für den Teil 1 erworben werden.
- Sowohl in **Teil 1** als auch **Teil 2** darf der Taschenrechner als Hilfsmittel verwendet werden. Alle Rechenwege müssen jedoch nachvollziehbar angeschrieben werden.

Teil I: Grundkompetenzen (12 Punkte)

<u>Beispiel 1</u> : (1 Punkt)

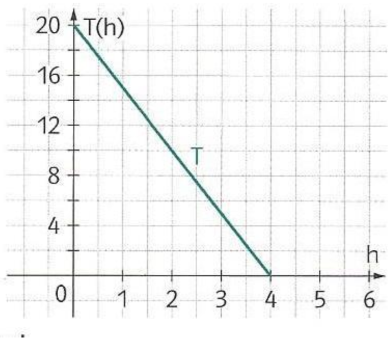
Für die kinetische Energie eines Körpers mit der Masse m und der Geschwindigkeit v gilt folgender Zusammenhang: $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{mv^2}}{\mathbf{2}}$

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Funktion E(m) ist quadratisch.	☐
Die Funktion E(v) ist quadratisch.	☐
Die Funktion m(E) ist linear.	☐
Die Funktion v(m) ist nicht quadratisch.	☐
Die Funktion m(v) ist eine Potenzfunktion.	☐

<u>Beispiel 2</u> : (1 Punkt)

Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion T(h), welche die Temperatur (in °C) in Abhängigkeit von der Höhe h (in km) im Intervall [0; 4] beschreibt.



Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Temperatur ändert sich alle 100 Meter um -0,5°C.	☐
Mit Abnahme der Höhe steigt die Temperatur.	☐
In einer Höhe von 3000m hat es 5°C.	☐
T(h + 1) = T(h) – 5	☐
T(0) = 4	☐

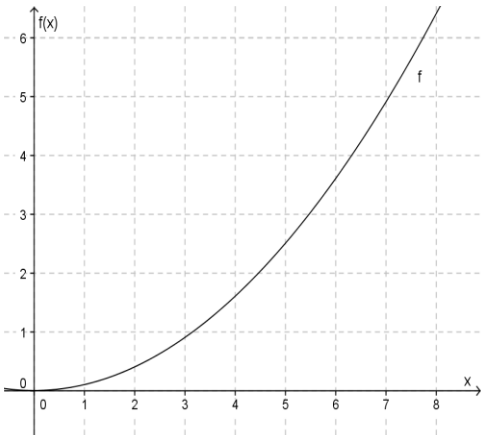
<u>Beispiel 3</u> : (1 Punkt)

Eine Firma produziert Senftuben auf 2 Maschinen. Die Funktionen K_1 (x) und K_2 (x) geben die Kosten (in Euro) an, die bei den einzelnen Maschinen bei der Produktion von x Senftuben entstehen. Der Schnittpunkt der beiden Funktionen hat die Koordinaten (200 | 100). Interpretiere die Koordinaten des Schnittpunkts im inhaltlichen Kontext!

Beispiel 4 : (1 Punkt)

Die folgende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit der Gleichung $f(x)=0{,}1x^2$.

Kreuze die **beiden** Aussagen an, die für die gegebene Funktion f zutreffend sind!



□ Die absolute Änderung in den Intervallen [0; 3] und [4; 5] ist gleich groß.

□ Die momentane Änderungsrate an der Stelle x = 5 hat den Wert 2,5.

□ Die momentane Änderungsrate an der Stelle x = 2 ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle x = 6.

□ Die Steigung der Sekante durch die Punkte A = (3 | f(3)) und B = (6 | f(6)) ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle x = 3.

□ Die mittlere Änderungsrate der Funktion f in den Intervallen [0; 2]und [2; 4] ist gleich.

Beispiel 5: (1 Punkt)

Die Gleichung der Tangente an die Funktion $f(x) = x^2 + x$ im Punkt P(1 | y) lautet

□ y=3x + 1 □ y = -x – 1 □ y= 3x – 1 □ y = x – 1

Beispiel 6: (1 Punkt)

Im Jahr 2010 zahlte man in einem bestimmten Land durchschnittlich B(2010)€ für einen Liter Benzin. Im Jahr 2014 waren es B(2014)€. Die mittlere Änderungsrate von B in den vier Jahren ist -0,07. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der durchschnittliche Benzinpreis war 2014 billiger als 2010.	□
Der durchschnittliche Benzinpreis ist im Mittel von 2010 bis 2014 um 0,07 Euro pro Jahr teurer geworden.	□
Es gilt: B(2014) – B(2010) = - 0,28	□
Es gilt: B(2014) > B(2010)	□
Der Benzinpreis im Jahr 2014 war um 7 Prozent billiger als im Jahr 2010.	□

Beispiel 7: (1 Punkt)

Auf vielen Jahrmärkten wird das Spiel „Hau den Lukas!“ gespielt. Dabei schlägt der Spieler mit einem Hammer auf einen gefederten Puppenkopf. Durch die Heftigkeit des Schlags wird ein Metallkörper in einem Rohr nach oben geschossen. Sollte der Körper in dem Rohr ganz oben ankommen, so löst er ein Signal aus. Für die Höhe h des Körpers (in Meter) bei einem bestimmten Spieler in Abhängigkeit von der Zeit t (in Sekunden) gilt: $H(t) = 7t - 5t^2$.

Bestimme die Abschussgeschwindigkeit v_0, mit der der Körper nach oben geschossen wurde! v_0 = ________________________

Beispiel 8: (1 Punkt)

Für die Zeit – Weg – Funktion eines Fahrzeuges gilt in Intervall [0;10] $s(t) = {}^{1}/_{3}\, t^2 + 10t + 100$ (s in m, t in s)

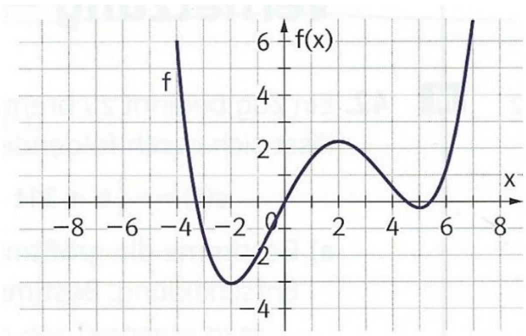
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Geschwindigkeit des Fahrzeugs nimmt im Intervall [0;10] ab	□
s(t) ist in [0; 5] streng monoton fallend.	□
Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 beträgt 10 ${}^{m}/_{s}$	□
Im Intervall [0;10] hat das Fahrzeug mehr als 100m Fahrtstrecke zurückgelegt.	□
Zum Zeitpunkt t=5 steht das Fahrzeug.	□

Beispiel 9: (1 Punkt)

Gegeben ist der Graph der Funktion f: [-4; 7] → ℝ. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Funktion f hat vier Nullstellen.	□
f ist in [0;3] streng monoton fallend.	□
-2 ist eine lokale Maximumstelle von f.	□
Die globale Minimumstelle von f ist auch eine lokale Minimumstelle.	□
Der Graph von f hat in [1;4] eine lokale Maximumstelle.	□



Beispiel 10 : (1 Punkt)

Eier werden in Kartons zu je zehn Stück angeboten. Erfahrungsgemäß weiß ein Händler, dass beim Transport 12% der Eier Schaden nehmen. Stelle eine Formel auf, mit der die Wahrscheinlichkeit berechnet werden kann, dass von den zehn Eiern in einem Karton x Stück beim Transport zerbrechen.

____

Beispiel 11 : (1 Punkt)

Ein Urlauber möchte seine Ferien in einer Region von Österreich verbringen, in der sehr viele Ferienwohnungen angeboten werden. Seine Anfrage ergibt, dass davon nur mehr jede 4. Ferienwohnung frei ist. Der Urlauber wählt zufällig 4 Angebote aus.

Berechne, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass mindestens eine der 4 Wohnungen noch frei ist. P=____________________

Beispiel 12 : (1 Punkt)

In einem Beutel befinden sich 20 Lose, von denen genau 6 Lose einen Gewinn enthalten, die anderen sind Nieten. Gib die Wahrscheinlichkeit an, mit der man mindestens ein Gewinnlos zieht, wenn man 3 Lose ziehen darf!

P(mind. 1 Gewinn) = ____________________

Teil II: Erweiterungsstoff (12 Punkte)

Beispiel 1: (4 Punkte)

Eine Kugel wird lotrecht nach oben geschossen. Für ihre Höhe *t* Sekunden nach dem Abschuss gilt: $h(t) = -5\,t^2 + 32\,t$ (t in Sekunden, h(t) in Meter)

a**)(A)** Berechne die mittlere Geschwindigkeit in den ersten 2 Sekunden und die Momentangeschwindigkeit nach 2 Sekunden!

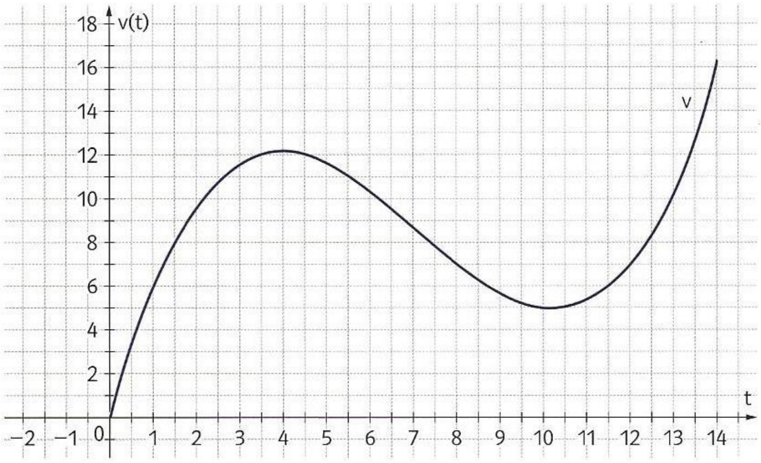
b) Zeichne die Funktion h(t) in ein geeignetes Koordinatensystem und stelle die berechneten Größen aus a) graphisch dar. Interpretiere die berechneten Größen mit Hilfe deiner Zeichnung!

c) Wann hat die Kugel ihre größte Geschwindigkeit und wann erreicht sie die maximale Höhe?

d) Wann und mit welcher Geschwindigkeit trifft die Kugel wieder am Boden auf?

Beispiel 2: (4 Punkte)

Die folgende Graphik zeigt die Zeit-Geschwindigkeitsfunktion v(t) (v in m/s) eines Körpers in Abhängigkeit von der Zeit t (in Sekunden) sowie der Graph dieser Funktion.



a) Bestimme die mittlere Änderungsrate von v in [1; 12] durch Ablesen der entsprechenden Werte aus dem Graphen!
Gib ein weiteres Intervall [a; b] an, in dem die momentane Änderungsrate von v an jeder Stelle größer ist als die mittlere Änderungsrate von v in [1; 12]!
Interpretiere deine Ergebnisse im gegebenen Kontext!

b) Für die Funktionsgleichung v(t) gilt: **v(t) = 0,06t³ - 1,27t² + 7,21t** . Bestimme die Wendestelle von v(t) und interpretiere diese im gegebenen Kontext!

c) Die Extremstellen der Funktion v(t) liegen bei 3,9 und 10. Sei **s** eine zu dieser Geschwindigkeitsfunktion passende Zeit-Ort-Funktion. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

A	B	C	D	E
s´´(10) = 0	s´(3,9) = 0	s´´(3) = 11,2	s´(1) > 0	s´´(2) > 0
☐	☐	☐	☐	☐

d) Zu einer Geschwindigkeitsfunktion v mit **v(t) = 5** (t in s, v in m/s), kann die Zeit-Ort-Funktion nicht eindeutig angegeben werden. Eine mögliche Zeit-Ort-Funktion wäre die Funktion s(t) mit **s(t) = 5t + c** mit $c \in \mathbf{R}^+$.
Erkläre, weshalb s(t) eine mögliche Zeit-Ort-Funktion für v(t) ist!
Berechne den zurückgelegten Weg s(t) in [2; 5] und begründe, warum dieser auch ohne Kenntnis von c berechnet werden kann!

<u>Beispiel 3</u>: (4 Punkte)

In einem Märchen aus 1001 Nacht bewarb sich ein schöner Jüngling um die Hand der Königstochter. Doch der König stellte alle Bewerber vor schwierige Aufgaben. Nur ein Jüngling hatte alle Hürden fehlerfrei genommen. Nun erdachte sich der König eine neue, letzte Aufgabe. Der Jüngling durfte einen von drei Beuteln auswählen und danach aus dem gewählten Beutel eine Kugel ziehen. Eine weiße Kugel sollte das ersehnte Glück bringen, eine schwarze hingegen würde bedeuten, dass auch der schöne Jüngling nicht der richtige Gemahl für die Königstochter sei. Wir wollen mal in die Beutel hineinsehen.

a) **(A)** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Herzenswunsch des Jünglings in Erfüllung geht?

b) Durch ein Missgeschick des Kammerdieners ist eine der weißen Kugeln irrtümlich statt in Beutel 1 in Beutel 3 geraten. Steigt dadurch die Chance des Jünglings?

c) Die Königstochter, die den Jüngling wenig sympathisch findet, schlägt vor, alle Kugeln in einen einzelnen Beutel zu geben. Daraus darf der Jüngling dann 4 Kugeln mit Zurücklegen ziehen. Sind mehr als die Hälfte weiß, ist sie seine Frau. Berechne die entsprechende Wahrscheinlichkeit und begründe, ob der Vorschlag der Königstochter ihr Vorteile bringt!

d) Alle Kugeln werden in einen Beutel gegeben. Daraus wird solange mit Zurücklegen jeweils eine Kugel gezogen, bis man eine weiße Kugel erhält. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dies erst beim 10. Zug eintritt?

Viel Erfolg!