1. Mathematikschularbeit 7a
26.11.2018

Name: ______________________________

Punkte: ______________________________

Note: ______________________________

Unterschrift: ______________________________

Punkteschlüssel

Note	Sehr Gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Nicht Genügend
Punkte	24-20	19-16	15-12	11-8	< 8

wobei jeweils zumindest 8 Grundkompetenzpunkte erreicht werden müssen!

Viel Erfolg!

	Teil 1	Teil 2	Teil 2/Komp. Teil 1	Gesamtpunkte
Punkte	__/12P	__/12P	__/2P	__/24P

Hinweise:

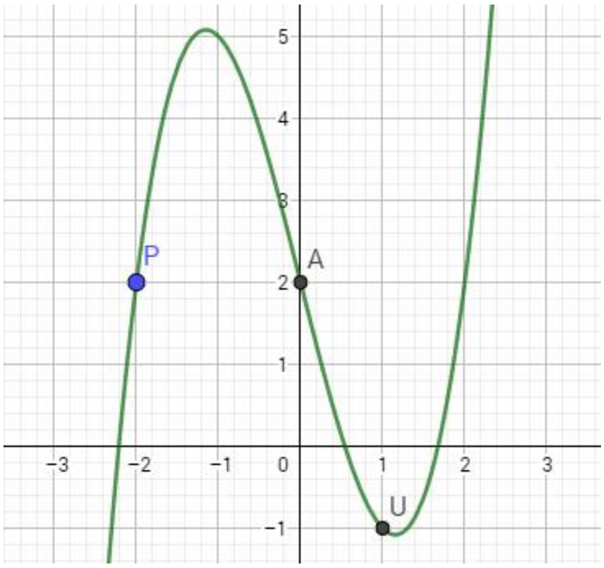
- **Teil 1** prüft „das Wesentliche“ ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Aufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $^{2}/_{3}$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** umfasst den „Erweiterungsstoff“. In den drei Aufgaben können insgesamt 12 Punkte erreicht werden. Es können zwei Ausgleichspunkte (gekennzeichnet mit **A**) für den Teil 1 erworben werden.
- Sowohl in **Teil 1** als auch **Teil 2** darf der Taschenrechner als Hilfsmittel verwendet werden. Alle Rechenwege müssen jedoch nachvollziehbar angeschrieben werden.

Teil I: Grundkompetenzen (12 Punkte)

<u>Beispiel 1</u> : (1 Punkt)

In der nebenstehenden Graphik ist der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades dargestellt. Welche der folgenden Aussagen sind zutreffend?

□ f ‘(0) = 0
□ f ‘‘(-2) < 0
□ f(x) ist in [-2, 0] streng monoton steigend
□ f(x) ist in U positiv gekrümmt
□ f ‘(x) > 0 im Punkt P



<u>Beispiel 2</u> : (1 Punkt)

Ein Körper bewegt sich mit der Geschwindigkeitsfunktion $v(t) = 100 - 2t^2$. Was bedeutet

$\bar{v}[2;5] = \frac{v(5) - v(2)}{5 - 2}$? ____

<u>Beispiel 3</u> : (1 Punkt)

In der nebenstehenden Graphik ist die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs während der ersten 10 Sekunden dargestellt.

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

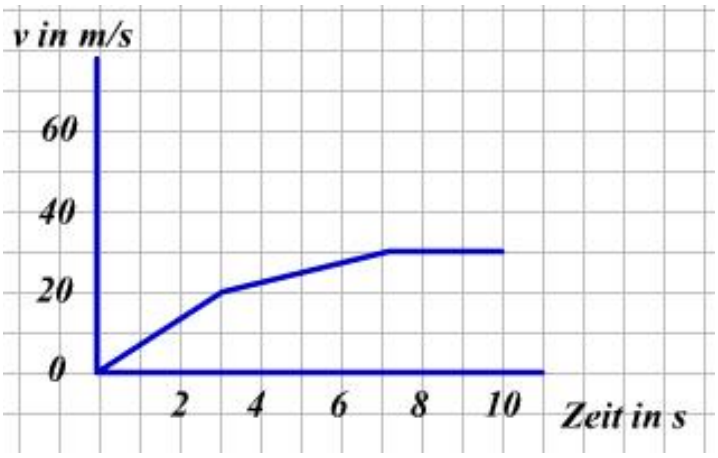
□ Das Fahrzeug beschleunigt aus dem Stand

□ Nach 7 Sekunden hat das Fahrzeug 30m zurückgelegt.

□ Die Beschleunigung im Intervall [0; 1] ist größer als jene im Intervall [4;5]

□ Im Intervall [4; 6] beschleunigt das Fahrzeug gleichmäßig

□ Die mittlere Beschleunigung im Intervall [3;7] beträgt 2,5 $^{m}/_{s^2}$



<u>Beispiel 4</u> : (1 Punkt)

Die mittlere Änderungsrate der Funktion $u(t) = 2t^2 - t$ im Intervall [1; 3] beträgt

□ 4 □ – 7 □ 7 □ 14

Beispiel 5 : (1 Punkt)

Dreizehn Studenten geben ihre monatlichen Ausgaben in € wie folgt an:

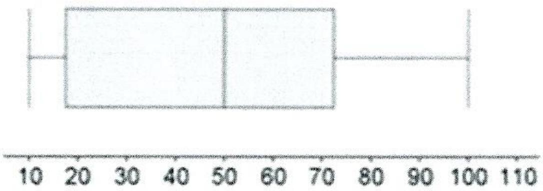
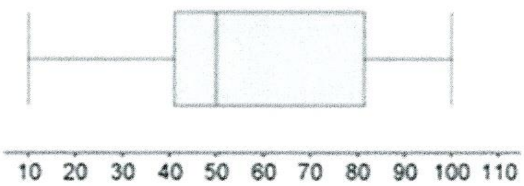
| 1300 | 1200 | 1400 | 700 | 200 | 750 | 1450 | 1500 | 800 | 800 | 950 | 900 | 3000 |

Berechne das arithmerische Mittel, den Median sowie den Modalwert!

Arithm. Mittel: _______ Median: ________ Modalwert:__________

Beispiel 6 : (1 Punkt)

In der nachstehenden Tabelle sind jeweils ein Boxplot und drei sortierte Datenreihen gegeben.
Kreuze an, welche Datenreihe zum jeweiligen Boxplot gehört und begründe deine Entscheidung!

Boxplot	A	B	C	Begründung
				
	10	10	10	
	19	11	11	
	37	15	12	
	45	20	13	
	47	29	16	
	50	33	18	
	50	50	50	
	72	52	70	
	76	56	75	
	80	70	79	
	83	75	80	
	85	80	80	
	100	100	100	
				
	10	10	10	
	19	11	11	
	37	15	12	
	45	20	13	
	47	29	16	
	50	33	18	
	50	50	50	
	72	52	70	
	76	56	75	
	80	70	79	
	83	75	80	
	85	80	80	
	100	100	100	

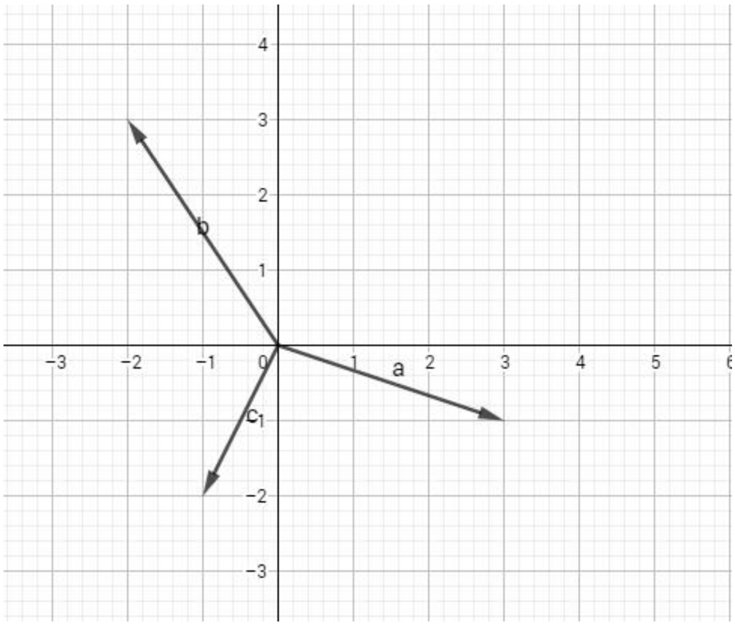
Beispiel 7 : (1 Punkt)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 1$. Bestimme die Gleichung der Tangente an f(x) im Punkt P(1 | f(1))!

t: ___________________________________

<u>Beispiel 8</u> : (1 Punkte)

Die nebenstehende Graphik zeigt 3 Vektoren a, b und c im Koordinatensystem. Zeichne in die Graphik einen Vektor d so ein, dass a + b + c + d = 0 gilt!



<u>Beispiel 9</u> : (1 Punkt)

Gegeben ist die Gerade g: X=(1, -1, 1) + s · (-2, 1, 2). Bestimme P(x_p | 1 | z_p) so, dass P auf der Geraden g liegt!

<u>Beispiel 10</u> : (1 Punkt)

Für eine Gerade h in R^3 gilt: h: X=(-2, 2, 2) + t · (1, -2, 1). Bestimme die Gleichung einer Geraden i: X=(-2, 2, 2) + s · (a, b, -3), so, dass g und h identisch sind.

<u>Beispiel 11</u> : (1 Punkt)

Kreuze die für die Funktion $f(x) = x^3 – 3x$ zutreffenden Aussagen an!

□ f(1) = 0 □ f ´(1) = 0 □ f(x) hat 3 Nullstellen □ f(x) ist in x_1=0 str. m. fallend

<u>Beispiel 12</u> : (1 Punkt)

Bestimme für die Funktion $f(x) = 2x^3 – x$ an den Stellen x_1= -1 und x_2=0 die Monotonie. Was lässt sich daraus über den Verlauf von f(x) im Intervall [-1; 0] aussagen? Begründe!

Teil II: Erweiterungsstoff (12 Punkte)

Beispiel 1: (4 Punkte)

In einem Ausflugslokal wurden im Laufe des Nachmittags von den Kunden folgende Rechnungen in Euro bezahlt:

Rechnungsnummer	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Rechnungsbetrag	12,00	9,30	9,70	8,90	32,10	28,20	5,60	3,40	42,20	23,00	15,70	54,00
Erhaltener Betrag	12,50	10,00	10,00	9,50	35,00	30,00	6,00	3,50	43,00	23,00	16,00	60,00
Trinkgeld	0,50	0,70	0,30	0,60	2,90	1,80	0,40	0,10	0,80	0	0,30	6,00
Trinkgeld in % des Rechnungsbetrags	4,17%	7,54%	3,09%	6,74%	9,03%	6,38%	7,14%	2,94%	1,89%	0%	1,91%	11,11%

a) Wie viel Euro wurden pro Rechnung durchschnittlich an Trinkgeld gegeben? Berechne dazu das arithmetische Mittel, den Modalwert und den Median! **(A)**

b) Auf welche Zentralmaße wirkt sich eine Veränderung des 12. erhaltenen Betrages von 60€ auf 70€ aus?

c) Erstelle ein Kastenschaubild für die Trinkgelder in Euro! Welche Bedeutung haben in diesem Zusammenhang die Intervalle $[0;q_1]$ bzw. $[q_1; q_2]$?

d) Welche Auswirkung hätte es auf die Zentralmaße, wenn die 12. Rechnung in zwei gleiche Teile gesplittet wird, wie in der folgenden Tabelle angegeben?

12.	13.
27	27
30	30

Beispiel 2: (4 Punkte)

Für die Kosten K(m) in einem Unternehmen gilt $K(m) = 0{,}0004m^3-0{,}12m^2+13m+2000$.

m gibt dabei die produzierte Menge in Stück an, K(m) die Gesamtkosten in €

a) Wie groß sind die Fixkosten in diesem Unternehmen? **(A)**

b) Bei einer Produktionssteigerung von $m=m_1$ auf $m=m_2$ Stück ändern sich die Gesamtkosten. Gib eine Formel an, mit der man die mittlere Kostenänderung je Stück für diese Produktionsänderung berechnen kann!

c) Wie groß ist die Kostenänderung für m=180 Stück?

d) Die Produkte des Unternehmens werden in 4 Sorten erzeugt. (S)tandard, (E)xklusiv, (M)odern und (Rustikal) Für die tägliche Produktionsmenge dieser 4 Sorten gilt: $P=(s_1, e_1, m_1, r_1)$. Die 4 Modelle werden zu unterschiedlichen Zeiten erzeugt. Der Vektor T gibt an, an wievielen Tagen pro Monat die einzelnen Modelle erzeugt werden. Für T gilt: T=(6,8,11,3). Interpretiere den Ausdruck $P \cdot T$ im Sachzusammenhang!

Beispiel 3: (4 Punkte)

Es ist allgemein bekannt, dass sich die Taglänge innerhalb eines Jahres entsprechend den Jahreszeiten ändert. Die folgende Tabelle zeigt die Taglängen für Wien im Jahresverlauf 2016 ohne Berücksichtigung der Sommerzeit (Quelle: NavalObservatory, USA). Die Tage werden der Einfachheit halber vom 22.12.2015 aus durchnummeriert.

Datum	Tagnummer	Sonnenaufgang	Sonnenuntergang	Taglänge (in min)
22.12.2015	0	07:43	16:03	500
22.01.2016	31	07:35	16:37	542
22.03.2016	91	05:53	18:10	737
22.06.2016	183	03:54	19:59	965
22.07.2016	213	04:18	19:43	925
22.10.2016	305	06:25	16:52	627
22.11.2016	336	07:12	16:09	537

a) Berechne die mittlere Taglängenänderung für die Zeitabschnitte 22.1. – 22.3. und 22.3. – 22.6. In welchem Zeitraum ist die mittlere Taglängenänderung größer?

b) Es sei n die fortlaufende Tagnummer und T(n) die zugehörige Taglänge (in min). Stelle eine allgemeine Formel auf, nach der man die mittlere Taglängenänderung für einen bestimmten Zeitraum $[n_1, n_2]$ berechnen kann!

c) Ein findiger Mathematiker hat herausgefunden, dass man die Taglänge zwischen 22.12 und 22.6. sehr gut durch die Funktion $T(n) = 0{,}008n^2 + 1{,}1n + 500$ beschreiben kann. Bestimme mit Hilfe dieser Funktion die momentane Taglängenänderung für den Ostersonntag 2016 (dies war der 27. März und hat die Tagnummer 96)!

d) Berechne die Taglänge für den Ostersonntag 2016 , indem Du für das Zeitintervall 22.12. – 22.6. eine lineare Taglängenänderung annimmst!

Viel Erfolg!