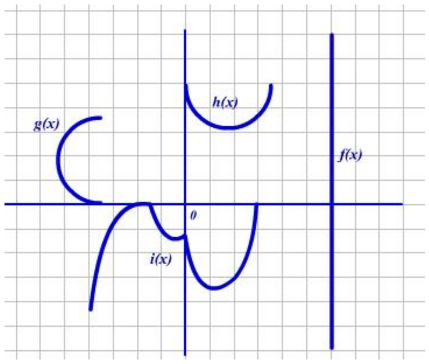
## Teil 1 - Kernstoff

### Beispiel 1:

Welche der folgenden Zuordnungen sind reelle Funktionen. Kreuze die zutreffende(n) Aussagen an!




| | Funktion | Keine Funktion |
|---|---|---|
| f(x) | □ | ■ |
| g(x) | □ | ■ |
| h(x) | ■ | □ |
| i(x) | ■ | □ |

### Beispiel 2:

Für zwei lineare Funktionen $f_1$: $y = k_1 \cdot x + d_1$ und $f_2$: $y = k_2 \cdot x + d_2$ gilt $k_1 > k_2$ und $d_1 < d_2$. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

■ $f_1$ und $f_2$ schneiden einander im Punkt S

■ Der Graph von $f_1$ verläuft steiler als jener von $f_2$

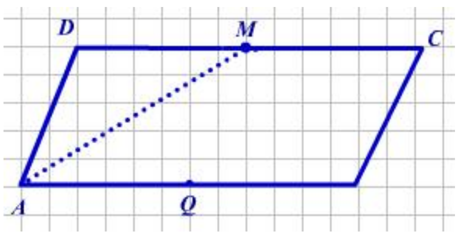
□ $f_1$ und $f_2$ sind parallel

□ $f_1$ und $f_2$ haben nur positive Funktionswerte

□ $f_2(0) < f_1(0)$

### Beispiel 3:

In nebenstehendem Parallelogramm bezeichnet a den Vektor AM und b den Vektor AD. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!




| | |
|---|---|
| AQ = a + b | □ |
| QA = - a + b | ■ |
| DM = - a – b | □ |
| AC = 2a - b | ■ |
| CQ = a | □ |

### Beispiel 4:

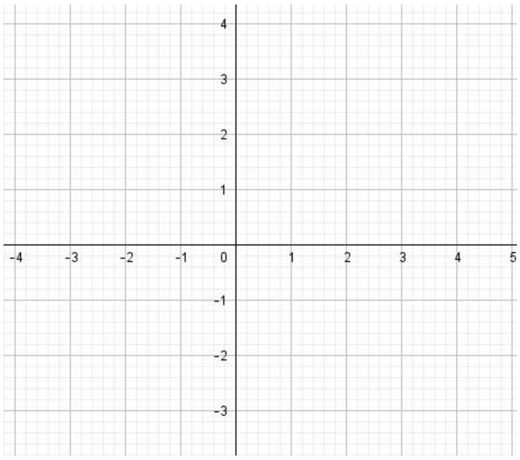
Zwischen den drei Punkten A(2 | 1) , B(5 | 4) und C(1| 8) werden die Vektoren AB, AC und BC bestimmt. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

Es gilt: AB=(3 |3), BC=(-4 | 4) und AC =(-1 | 7)

| | |
|---|---|
| $\|AB\| > \|BC\|$ | □ |
| AC \|\| BA | □ |
| CA = t· AC, $t \in R$ | ■ |
| AC = - BA - CB | ■ |
| AC + BC = 0 | □ |

Beispiel 5:

Zeichne in das nebenstehende Koordinatensystem die Gerade g durch P(2 | -1) mit dem Richtungsvektor a=(-1 | 2) ein.
Welche Steigung hat diese Gerade?




k = -2

Beispiel 6:

Die Gleichung $h(x) = -\,{}^{2}/_{3}\,x + 1$ stellt eine Gerade in $R^2$ dar.
Welcher der folgenden Vektoren ist ein Richtungsvektor von h?

□ a=( -2 | 3)  □ a= (-4, -6)  ■ a=(6, -4)  □ a=(1 | ${}^{2}/_{3}$)  □ a=(-1 | - ${}^{2}/_{3}$)

Beispiel 7:

Eine quadratische Funktion der Form $f(x) = ax^2 + c$ mit $a \neq 0$ hat genau 1 Nullstelle. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| □ a>0, c > 0 | ■ a > 0, c = 0 | □ a < 0, c > 0 | □ a < 0, c < 0 | ■ a < 0, c = 0 |

Beispiel 8:

Für die Geschwindigkeit v eines Körpers nach t Sekunden gilt die Funktionsgleichung $v(t) = -\,{}^{1}/_{2}\,t^2 + 10$.
Für einen Zeitpunkte $t_1 > 0$ gilt: $v(t_1) = 2$. Gib den Wert von $t_1$ an!

$t_1 =$ 4

Beispiel 9

Für welchen Wert von a hat die Funktion $f(x) = 4x^2 + ax$ die Nullstelle N(2 | 0)?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| □ a = 0 | □ a = 4 | ■ a = - 8 | □ a = 8 | □ a = -4 |

Beispiel 10:

Die Gerade g: X = (1 | -1) + t · ( 1 | -4) enthält den Punkt P(6 | y). Bestimme den Wert von y!

y = -21

Beispiel 11:

Gegeben ist die Gerade g: X = (2 | -2) + t · (3 | -1). Eine Gerade h soll durch Q(1 | 0) parallel zu g verlaufen. Gib eine Gleichung der Geraden h an!

h: X = ( 1 | 0 ) + s · ( 3 | -1 )

Beispiel 12:

Gegeben ist die Gerade g: X=(2 | 1) + t · (1 | -1). Welche der folgenden Geraden steht normal auf g! Kreuze die zutreffende(n) Gleichungen an!

■ X=(2 | 1) + s ·(-1 | -1) □ X=(2 | 1) + s ·(-1 | 1) ■ X=(2 | 1) + s ·(1 | 1)
□ X=(2 | 1) + s ·(1 | -1) ■ X=(0 | 0) + s ·(1 | 1)

**Hinweise:**

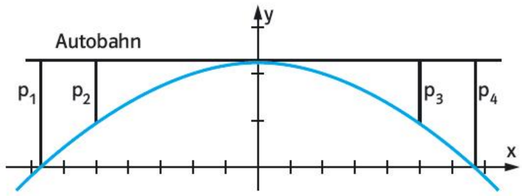
- **Teil 1** prüft „das Wesentliche" ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Teilaufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $^2/_3$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.

- **Teil 2** folgt und wird getrennt von Teil 1 bearbeitet.

**2. Teil – Erweiterungsstoff**

**Die mit (A) gekennzeichneten Aufgaben 1a und 2a enthalten Kompensationspunkte für die Aufgaben des 1. Teils und können ergänzend zu Teil 1 bearbeitet werden!**

Beispiel 1 (4 Punkte) Quadratische Funktionen




Eine Autobahnbrücke über einen Kanal hat näherungsweise die Form einer Parabel mit den folgenden Eigenschaften (Längen in m):

Der Scheitelpunkt der Parabel ist S (0 | 48). Der Stützpfeiler $p_3$ trifft den Parabelbogen im Punkt P (50 | 18). Für den Brückenbogen gilt die allgemeine Gleichung f (x) = a $x^2$ + c.

a) (A) Bestimme die Konstanten a und c!

   Es gilt c=48. Wegen P(50 | 18) auf f(x) gilt: 18 = 2500a + 48 und a= - 3 / 250.

   $f(x) = -\,{}^{3}/_{250}\, x^2 + 48$

b) Die Spannweite der Brücke ist der Abstand der beiden Stützpfeiler $p_1$ und $p_4$. Berechne die Spannweite der Brücke!

c) f(x) = 0, wenn $x_1$= - 63,24 bzw. $x_2$ = 63,24, die Spannweite beträgt daher 126,48m

c) Aus Stabilitätsgründen sollen im Abstand von jeweils 10m vom Scheitelpunkt der Brücke zwischen Fahrbahn und Brückenbogen zwei weitere Stützpfeiler eingebaut werden. Wie lang müssen diese Pfeiler sein?

f(10) = 46,8m, die Pfeiler müssen daher 1,2m lang sein!

d) Ein 40m breites Schiff soll unter der Brücke durchfahren können. Wie hoch darf es an den Rändern maximal sein?

f(20) = 43,2m. Das Schiff darf daher höchstens 43,2m hoch sein.

Beispiel 2 (4 Punkte) Analytische Geometrie

Der Lageplan eines großen Hafens wurde in Form eines Koordinatensystems erfasst. (Einheiten in 100m)
Ein Frachtschiff F verlässt den Anlegeplatz 1 im Punkt $A_1$(5 | 1) um 10:00 Uhr. Das Schiff legt in einer Minute den Weg in Form des Vektors $v_1$= (-2 | 1) zurück.
Ein Kreuzfahrtsschiff K befindet sich um 10:00 Uhr im Punkt $K_1$=(11 | 8) und steuert direkt auf den Anlegeplatz 2 im Punkt $A_2$ = (-4 | 3) zu. Das Kreuzfahrtsschiff erreicht $A_2$ um 10:05 Uhr.
a) (A) Veranschauliche diese Situation an Hand einer Skizze!
b) Gib die Gleichungen jener Geraden an, entlang derer sich die beiden Schiffe bewegen!
Frachtschiff: F: X=(5 | 1) + s · (-2 | 1)
Kreuzfahrtsschiff: K: X=(11 | 8) + t · (-3 | -1)

c) Bestimme jenen Punkt, an dem sich die Fahrtwege der beiden Schiffe kreuzen!
5 - 2s = 11 – 3t

1 + s = 8 – t

7 = 27 - 5t und daraus: t=4. Die Fahrtwege kreuzen sich in S(-1 | 4)

d) Begründe, ob für die beiden Schiffe Kollisionsgefahr besteht!

Das Frachtschiff erreicht den Punkt S nach 3 Minuten (also um 10:03 Uhr. Zu diesem Zeitpunkt ist das Kreuzfahrtsschiff bei Position P(2 | 5). Keine Kollisionsgefahr. Das Kreuzfahrtsschiff erreicht den Punkt S erst um 10:04 Uhr!

Beispiel 3 (4 Punkte) Analytische Geometrie – Normalvektoren

Gegeben ist das Dreieck A(2 | 0), B( 6 | 8), C(- 4 | 4)

a) Gib die Gleichung der Höhe $h_c$ in Vektorform an!

AB = (4 | 8). $h_c$: X=( -4 | 4) + s · (- 8 | 4) oder in Normalvektorform:

$h_c$: 4x + 8y = 16 oder x + 2y = 4

b) Der Mittelpunkt der Strecke AB ist $M_{AB}$ (4 | 4), die Gleichung der Streckensymmetrale $s_{AB}$ für die Strecke AB lautet: x + 2y = 12. Stelle die Gleichung der Streckensymmetrale $s_{BC}$ auf und berechne ihren Schnittpunkt mit $s_{AB}$!

$M_{BC}$ = (1 | 6) BC=(-10 | -4)

$s_{BC}$: -10x – 4y = -34 oder: 5x + 2y = 17

Schneiden mit $s_{AB}$ : x + 2y = 12

4x = 5 und x= $^5/_4$ y= $^{43}/_8$ . Der Schnittpunkt S($^5/_4$ | $^{43}/_8$) entspricht dem Umkreismittelpunkt!

c) Zeige, dass eine Gerade, die durch die Mittelpunkte $M_{AB}$ und $M_{BC}$ verläuft, eine Parallele zur Strecke AC ist!

Der Vektor, der die Mittelpunkte verbindet, lautet (-3 | 2), der Vektor AC=(-6 | 4) . Da die beiden Vektoren Vielfache voneinander sind, sind sie parallel

d) Zeige, dass in diesem Dreieck gilt: Die Verbindungsstrecke der Mittelpunkte $M_{AB}$ und $M_{BC}$ ist halb so lang wie die zu ihr parallele Dreiecksseite!

Die Länge der Verbindungsstrecke ist $\sqrt{13}$ lang, der Vektor AC hat die Länge $\sqrt{52} = 2 \cdot \sqrt{13}$

**Viel Erfolg!**