1. Mathematikschularbeit 8c
15.12.2016

Name: ______________________________

Punkte: ______________________________

Note: ______________________________

Unterschrift: ______________________________

Punkteschlüssel

Note	Sehr Gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Nicht Genügend
Punkte	36-30	29-24	23-18	17-12	< 12

wobei jeweils zumindest 8 Grundkompetenzpunkte erreicht werden müssen!

Viel Erfolg!

	Teil 1	Teil 2	Teil 2/Komp. Teil 1	Gesamtpunkte
Punkte	__/18P	__/18P	__/3P	__/36P

Hinweise:

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche“ ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 18 Punkten bewertet, jede Aufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $^2/_3$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 12 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** umfasst den „Erweiterungsstoff“. In den drei Aufgaben können insgesamt 18 Punkte erreicht werden. Es können drei Ausgleichspunkte (gekennzeichnet mit **(*)**) für den Teil 1 erworben werden.
- Sowohl in **Teil 1** als auch **Teil 2** darf der Taschenrechner als Hilfsmittel verwendet werden. Alle Rechenwege müssen jedoch nachvollziehbar angeschrieben werden.

Teil I: Grundkompetenzen (18 Punkte)

<u>Beispiel 1</u> : (1 Punkt)

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Zahl – $^1/_3$ liegt in Z, aber nicht in N □

$\sqrt{-4}$ liegt in C □

$0,\overset{*}{9}$ liegt in Q und R □

π liegt in R □

$-\sqrt{7}$ liegt nicht in R □

<u>Beispiel 2</u> : (1 Punkt)

Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + 10x + q = 0$ mit $q \in R$. Für welche Werte von q besitzt die Gleichung genau 2 Lösungen?

<u>Beispiel 3</u> : (1 Punkt)

Kreuze die beiden richtigen Aussagen an!

$\sqrt{n}$ (mit n ∈ ℕ) ist immer irrational □

Jede reelle Zahl lässt sich als Bruch darstellen □

Unendlich periodische Dezimalzahlen sind rational. □

Die Zahlengerade ist mit den rationalen Zahlen nicht lückenlos gefüllt. □

Die Menge der ganzen Zahlen und die Menge der rationalen Zahlen □
bilden zusammen die Menge der reellen Zahlen.

<u>Beispiel 4</u> : (1 Punkt)

Die monatlichen Wasserkosten eines Haushalts bei einem Verbrauch von x m^3 können durch die Funktion $K(x) = a + b \cdot x$ beschrieben werden. Erkläre, welche Bedeutung die Parameter a und b in diesem Zusammenhang haben!

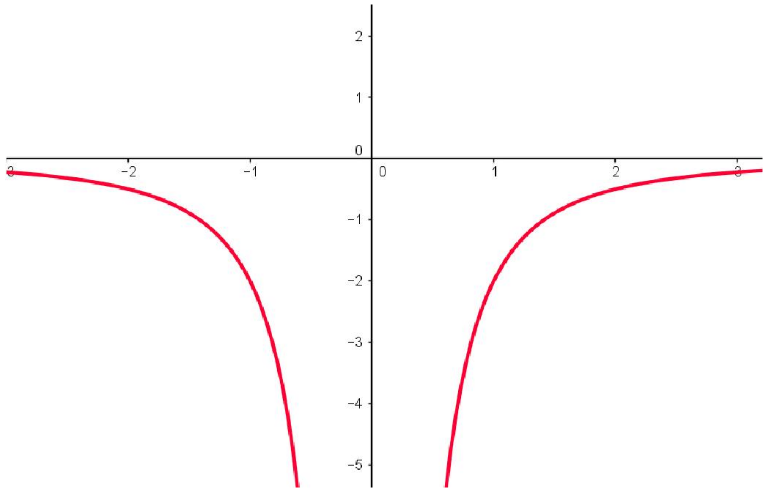
a:______________________________ b:___________________________

<u>Beispiel 5</u> : (1 Punkt)

Von einer Exponentialfunktion mit der Gleichung $f(x) = 25 \cdot b^x$ kennt man folgende Eigenschaft: Wenn x um 1 erhöht wird, sinkt der Funktionswert auf 25% des Ausgangswertes. Gib den Wert des Parameters b an! b=_____________

Beispiel 6 : (1 Punkt)

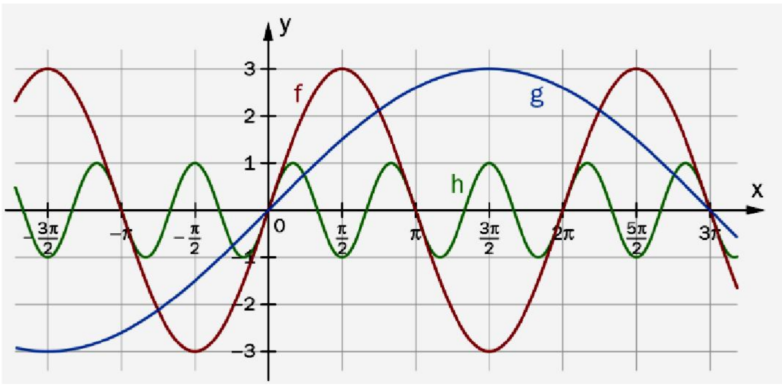
In der folgenden Graphik ist eine Funktion der Form f(x) = $a \cdot x^z, a \in R, a \neq 0, z \in Z$, dargestellt. Welche der nebenstehenden Funktionsgleichungen ist die Gleichung der Funktion?



□ $f(x) = 2 \cdot x^{-1}$	□ $f(x) = \cdot x^{-2}$
□ $f(x) = 2 \cdot x^{2}$	□ $f(x) = -2 \cdot x^{-2}$

Beispiel 7 : (1 Punkt)

Ordne den Funktionen jeweils die entsprechenden Funktionsgleichungen (aus A bis E) zu!



f(x)= ___ g(x) = ___ h(x)=___

A: f(x) = sin(3x)

B: f(x) = $3 \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$

C: f(x)= 3 · sin(3x)

D: f(x) = 3 · sin(x)

E: f(x) = $\sin\left(\frac{x}{3}\right)$

Beispiel 8 : (1 Punkt)

Ein Körper bewegt sich mit der Geschwindigkeitsfunktion v(t) = 50 – t^2. Was bedeutet $\bar{v}[2;5] = \frac{v(5) - v(2)}{5 - 2}$? ____

Beispiel 9 : (1 Punkt)

Ein Körper bewegt sich mit der Geschwindigkeitsfunktion v(t) = 50 – t^2. Gib eine Interpretation des Terms $\int_0^4 v(t)dt$ an!

____

<u>Beispiel 10</u> : (1 Punkt)

Gegeben ist die Funktion $u(t) = 2t^2 – t$. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

□ Die mittlere Änderungsrate im Intervall [1; 3] ist negativ.

□ Die Steigung der Tangente an f(x) in P(2 | u(2)) ist $k_t = 7$

□ u(t) ist überall streng monoton fallend.

□ u(t) besitzt genau ein lokales Minimum.

<u>Beispiel 11</u> : (1 Punkt)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 3 \cdot \sin(2x)$. Bestimme f ‘(x) und gib die verwendeten Regeln an!

f ‘(x) = ____

<u>Beispiel 12</u> : (1 Punkt)

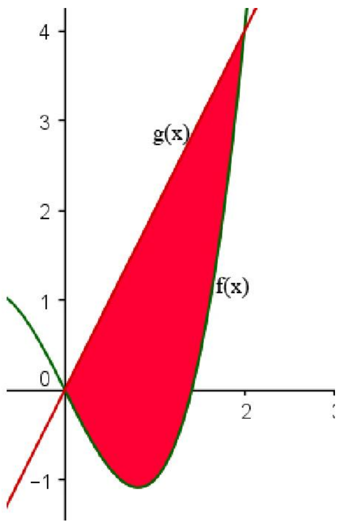
Gegeben ist die Funktion f(x) = cos(x).

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

□ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 0$ □ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 1$ □ $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ □ $\int_0^{\pi} f(x)dx = -1$

<u>Beispiel 13</u> : (1 Punkt)

Durch welches Flächenintegral kann die Fläche A zwischen den beiden dargestellten Funktionen f(x) berechnet werden?



A=____

<u>Beispiel 14</u> : (1 Punkt)

Dreizehn Studenten geben ihre monatlichen Ausgaben in € wie folgt an:

| 1300 | 1200 | 1400 | 700 | 200 | 750 | 1450 | 1500 | 800 | 800 | 950 | 900 | 3000 |

Berechne das arithmerische Mittel, den Median sowie den Modalwert!

Arithm. Mittel: _______ Median: ________ Modalwert:__________

Beispiel 15 : (1 Punkt)

Eine ideale Münze wird mehrfach geworfen (Versuchsausgänge: Kopf bzw. Adler)

Ordne den Zufallsexperimenten die richtigen Zahlenwerte zu!

Zufallsexperiment	
Eine Münze wird viermal geworfen. Wahrscheinlichkeit, dass genau zweimal „Kopf" fällt.	
Eine Münze wird viermal geworfen. Wahrscheinlichkeit, dass genau beim ersten und beim zweiten Wurf „Kopf" fällt, sonst „Adler".	
Eine Münze wird fünfmal geworfen. Wahrscheinlichkeit, dass mindestens dreimal „Kopf" fällt.	

Zahlenwert	
$\frac{1}{2}$	A
$\frac{1}{4}$	B
$\frac{1}{16}$	C
$\frac{3}{8}$	D
$\frac{5}{8}$	E

Beispiel 16 : (1 Punkt)

In einem Gefäß befinden sich drei rote und sieben blaue Kugeln.

Berechne die Wahrscheinlichkeit, bei dreimaligem Ziehen ohne Zurücklegen mindestens eine rote Kugel zu ziehen!

P(mindestens eine Kugel rot) = ____

Beispiel 17 : (1 Punkt)

Die folgende Tabelle enthält Informationen über Geschlecht und Sehvermögen einer Gruppe von 200 Personen. Aus dieser Gruppe wird zufällig eine Person ausgewählt.

a) Die ausgewählte Person ist männlich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie Brillenträger ist?

b) Die ausgewählte Person ist Brillenträger. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie männlich ist?

	Männer	Frauen	Summe
Brille	40	25	65
keine Brille	100	35	135
Summe	140	60	200

Beispiel 18 : (1 Punkt)

Bei der Fertigung von bestimmten Bauteilen werden 5% fehlerhafte Teile produziert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Serie von 10 zufällig ausgewählten Prüfstücken mindestens ein Stück fehlerhaft ist?

Teil II: Erweiterungsstoff (18 Punkte)

<u>Beispiel 1</u>: (6 Punkte)

Ein Fahrzeug beschleunigt aus dem Stand ($v(0) = 0$, $s(0) = 0$) bis zu seiner Höchstgeschwindigkeit (danach findet keine weitere Beschleunigung statt, d.h. es gilt dann $a = 0$).
Die Beschleunigung a konnte empirisch ermittelt werden und lässt sich annähernd durch folgende Funktion beschreiben:

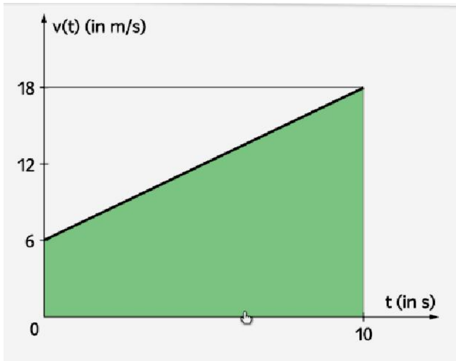
$$a(t) = \frac{t^2}{8100} - \frac{t}{45} + 1 \quad (m/s^2,\ t \text{ Sekunden nach dem Start})$$

a)(*) Wie lange dauert der Beschleunigungsvorgang?

b)Bestimme die Geschwindigkeitsfunktion v(t), t und gib die Höchstgeschwindigkeit in km/h an!

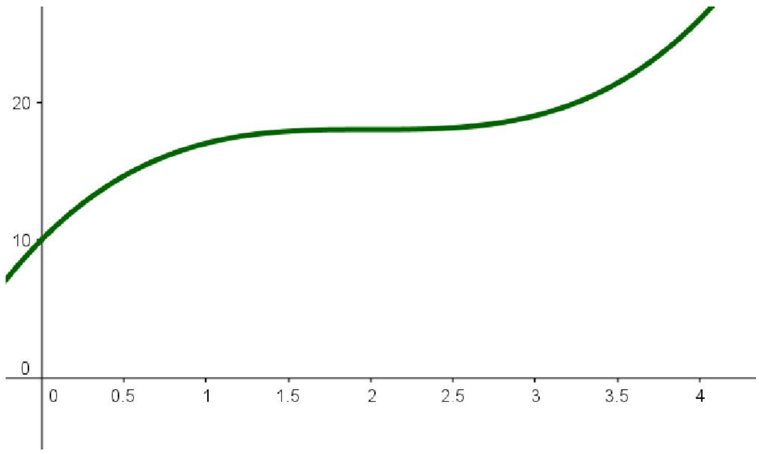
c) Gib eine Funktion s(t) an, die den zurückgelegten Weg in Abhängigkeit von der Zeit t beschreibt. Bestimme die Länge des Weges bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit.

d) In der nebenstehenden Abbildung ist die Geschwindigkeit v eines LKWs in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt. Wie kann man die dargestellte Fläche interpretieren? Wie groß ist die Beschleunigung des LKWs im dargestellten Zeitintervall?



<u>Beispiel 2</u>: (6 Punkte)

Der Zufluss f(t) an Regenwasser in eine Regentonne zum Zeitpunkt t kann näherungsweise mithilfe einer Polynomfunktion f(t) beschrieben werden (t in Stunden, f(t) in Litern pro Stunde). In der nebenstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion f im Intervall [0; 4] dargestellt.



a)(*) Ermittle näherungsweise graphisch die mittlere Zuflussgeschwindigkeit innerhalb der ersten beiden Stunden und zeichne sie in die Graphik ein!

b) f(t) besitzt einen Wendepunkt. Interpretiere seine Lage im Zusammenhang mit der Zuflussgeschwindigkeit)!

c)(2 Punkte) Für f(t) konnte man die Funktionsgleichung $f(t)=x^3 - 6x^2 + 12x + 10$ bestimmen. Zeige, dass die Zuflussgeschwindigkeit jeweils am Anfang und am Ende des beobachteten Zeitintervalls gleich groß ist!

d)(2 Punkte) Für das Integral $\int_0^4 f(t)dt$ erhält man den Wert 72. Kontrolliere dieses Ergebnis durch Rechnung und interpretiere diesen Wert!

<u>Beispiel 3</u>: (6 Punkte)

Etwa ein Drittel der US-amerikanischen Haushalte besitzt heute noch Waffen. Das ist deutlich weniger als noch vor 40 Jahren (Umfrage der General Global Survey). Gleichzeitig meldeten Hersteller einen stark gestiegenen Absatz seit den Amokläufen. Die drei Damen der 7A, die im vergangenen Schuljahr in den USA waren, waren prinzipiell in zufälligen Haushalten untergebracht. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a)(*) alle drei Schülerinnen bei Waffenbesitzern landeten?

b) mindestens eine Schülerin einen Haushalt ohne Waffen vorfand?

c) (2 Punkte) In Hunting Town gibt es nur 12 Haushalte, von denen allerdings 9 Waffen besitzen. Der Sheriff kontrolliert zufällig 3 Haushalte und beschlagnahmt gegebenenfalls die Waffen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er keine Waffen findet? Erkläre den Unterschied zu a)!

d) (2 Punkte) Gib eine kurze (theoretische) Erläuterung zur Binomialverteilung. Welche realen Situationen lassen sich damit modellieren und welche Voraussetzungen müssen dabei gegeben sein?

Viel Erfolg!