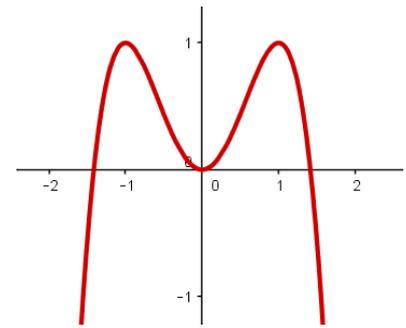


### 3. Schularbeit 7. Klassen Lösungen

4. 3. 2016

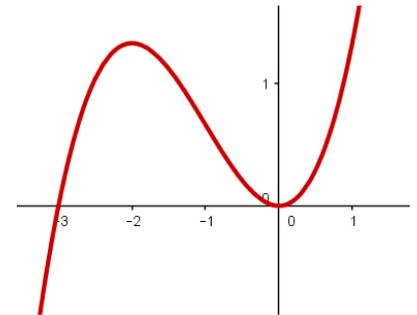
#### Teil 1 – Kernstoff – 1 Punkt je Aufgabe:

1) Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion  $f(x)$  4. Grades. Kreuze die beiden für diese Funktion zutreffenden Aussagen an!



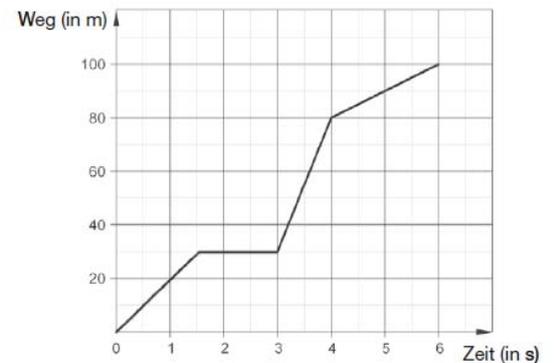
- $f(x)$  besitzt 3 Wendepunkte      $f(x)$  ist symmetrisch zur y-Achse  
  $f(x)$  ist streng monoton steigend im Intervall  $[0; 4]$   
  $f(x)$  hat einen Wendepunkt, der gleichzeitig auch lokales Minimum ist  
  $f(x)$  hat 3 Nullstellen

2) Die nebenstehende Graphik zeigt den Verlauf der Funktion  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ . Kreuze die beiden richtigen Aussagen an, die auf diese Funktion zutreffen!



- $f'(-3) = 0$                         $f''(-1) = 0$                         $f''(-2) > 0$   
  $f(1) = 1$                                 $f'(0) = 0$

3) Das folgende Zeit-Weg-Diagramm stellt eine Bewegung dar. Der Weg wird in Metern (m), die Zeit in Sekunden (s) gemessen. Zur Beschreibung dieser Bewegung sind zudem verschiedene Geschwindigkeiten ( $v_x$ ) gegeben. Ordne jeweils jedem Zeitintervall jene Geschwindigkeit zu, die der Bewegung in diesem Intervall entspricht!



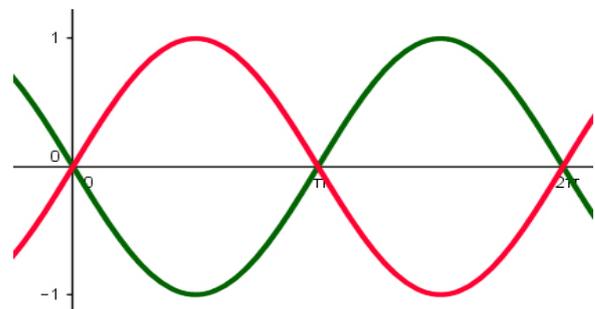
Zeitintervall	
$[0; 1,5]$	D
$[1,5; 3]$	A
$[3; 4]$	F
$[4; 6]$	C

Geschwindigkeit	
A	$v_A = 0 \text{ m/s}$
B	$v_B = 5 \text{ m/s}$
C	$v_C = 10 \text{ m/s}$
D	$v_D = 20 \text{ m/s}$
E	$v_E = 25 \text{ m/s}$
F	$v_F = 50 \text{ m/s}$

4) Wie viele Nullstellen kann eine Polynomfunktion 3. Grades der Form  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  haben? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

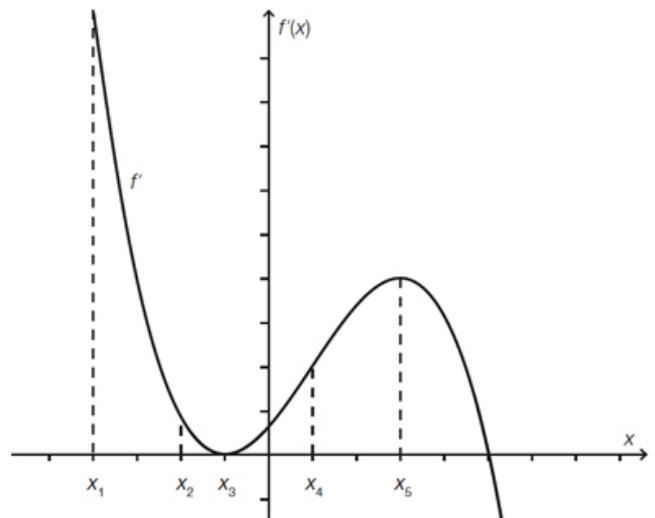
- keine                       mindestens eine                       höchstens 3                       genau 4                       unendlich viele

5) In der nebenstehenden Graphik ist die Funktion  $f(x) = \sin(x)$  dargestellt. Zeichne in die gegebene Graphik den Graph der Funktion  $h(x) = -\sin(x)$  ein!



6) In der nebenstehenden Graphik ist der Graph der Ableitungsfunktion  $f'(x)$  einer Funktion  $f(x)$  dargestellt. Kreuze die beiden für  $f(x)$  zutreffenden Aussagen an!

- Jede Funktion  $f(x)$  hat an der Stelle  $x_5$  eine waagrechte Tangente.
- Jede Funktion  $f(x)$  ist im Intervall  $[x_1, x_2]$  streng monoton fallend
- Jede Funktion  $f(x)$  ist im Intervall  $[x_3, x_4]$  streng monoton steigend
- jede Funktion  $f(x)$  hat an der Stelle  $x_3$  einen Wendepunkt



7) Von einer Polynomfunktion  $f(x)$  dritten Grades sind die beiden lokalen Extremwerte  $E_1(0 | -4)$  und  $E_2(4 | 0)$  bekannt. Welche Bedingungen müssen in diesem Zusammenhang erfüllt sein? Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

- $f(0) = -4$
- $f'(0) = 0$
- $f(-4) = 0$
- $f'(4) = 0$
- $f''(0) = 0$

8) Die Funktion  $f(x) = \cos(x)$  besitzt im Intervall  $[0; 2\pi]$  Wendepunkte. Gib ihre Koordinaten an! Die Wendepunkte liegen bei  $W_1(\pi/2 | 0)$  und  $W_2(3\pi/2 | 0)$

9) Für welche komplexe Zahl  $z$  gilt:  $(4 - i) \cdot z = i$

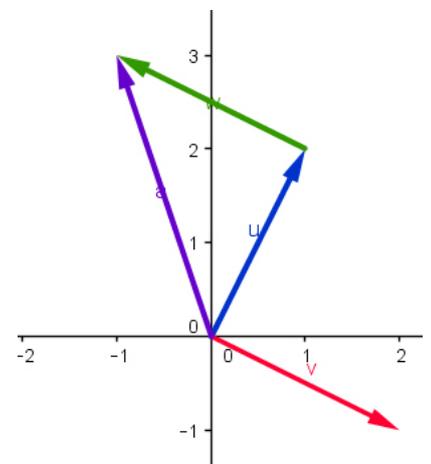
$$z = \frac{i}{4-i} \cdot \frac{4+i}{4+i} = \frac{-1+4i}{16-i^2} = \frac{-1}{17} + \frac{4}{17}i$$

10) Bilde graphisch die Differenz der beiden komplexen Zahlen

$$z_1 = 1 + 2i \text{ und } z_2 = 2 - i!$$

$$z_1 - z_2 = -1 + 3i$$

(vgl. die Regeln für die Addition bzw. Subtraktion von Vektoren!)



11) Gegeben ist die Gleichung eines Kreises  $k: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 100$ .

Bestimme Mittelpunkt und Radius des Kreises! Liegt  $P(8 | 7)$  auf dem Kreis?

$M(2 | -1)$   $r=10$ ,  $P(8 | 7)$  liegt auf dem Kreis!

12) Ein Kreis hat den Mittelpunkt  $M(2 | 0)$  und geht durch  $P(5 | 4)$ .

Die Kreisgleichung lautet dann

- $(x - 2)^2 + y^2 = 16$
- $x^2 + (y - 2)^2 = 25$
- $x^2 + y^2 = 25$
- $(x - 2)^2 + y^2 = 25$

**Hinweise:**

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche“ ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Teilaufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest  $\frac{2}{3}$  der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** folgt und wird getrennt von Teil 1 bearbeitet.

## 2. Teil – Erweiterungsstoff:

**Die mit (\*) gekennzeichneten Aufgaben 1a und 2a enthalten Kompensationspunkte für die Aufgaben des 1. Teils und können ergänzend zu Teil 1 bearbeitet werden!**

1) (4 Punkte) Das Robert-Koch-Institut in Berlin hat den Verlauf der Darmerkrankung EHEC untersucht. Die Zahl der Erkrankten kann näherungsweise durch folgende Funktionsgleichung dargestellt werden:

$$f(x) = -\frac{1}{250}x^3 + \frac{1}{10}x^2.$$

Die Erfassung der Erkrankten beginnt zum Zeitpunkt  $x = 0$ ,  $x$  Zeit in Tagen.

Es wird nur das Intervall betrachtet, auf dem  $f(x) \geq 0$  ist.

a) Bestimme, wie viele Personen am zehnten Tag erkrankt sind!

Es gilt  $f(10) = 6$  Personen.

b) Berechne den Tag, an welchem die Epidemie vorbei ist!

$f(x) = 0$  bei  $x_1 = 0$  und  $x_2 = 25$

c) Berechne den Tag, an dem die meisten Personen erkrankt sind! Wie viele Personen sind es? Nach 16,66 Tagen sind es ca. 9,26.

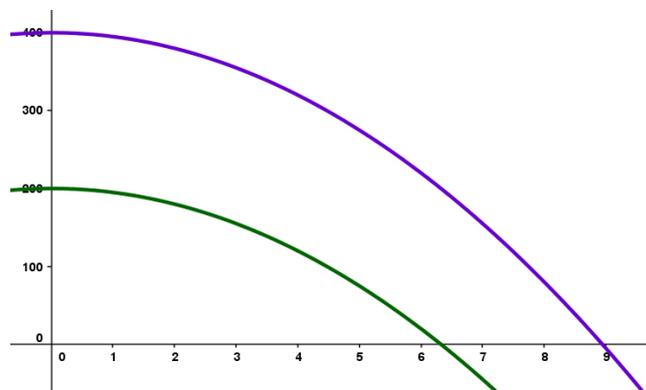
d) Bestimme, an welchem Tag sich die Zahl der Erkrankten am stärksten änderte!

Bei  $W^{(25/3 | 125/27)}$  liegt der stärkste Anstieg vor.

Genaugenommen auch stärkste Abnahme bei  $x=25$ !

2) (4 Punkte) Ein Stein wird aus einer Höhe von  $c$  Meter fallengelassen. Ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes kann seine Höhe  $H$  in Meter in Abhängigkeit von der Flugdauer  $t$  in Sekunden durch folgende Funktion beschrieben werden:  $H(t) = c - 5t^2$

a) Skizziere den Verlauf der Funktionen für  $c=200\text{m}$  und  $c=400\text{m}$ !



b) Bestimme für beide Höhenwerte die Dauer des freien Falls!

Für  $c=200\text{m}$  gilt  $t=6,32\text{s}$ , für  $c=400\text{m}$  gilt  $t=8,94\text{s}$

c) Wie groß ist in beiden Fällen die Aufprallgeschwindigkeit?

Es gilt  $H'(t) = -10t$  und daher bei  $c=200\text{m}$   $63,2\text{m/s}$ , bei  $c=400\text{m}$   $89,4\text{m/s}$

d) „Doppelte Höhe = doppelte Aufprallgeschwindigkeit“ – stimmt das? Nimm dazu Stellung!

Die Behauptung kann nicht stimmen, da die Änderung der Höhe keinen linearen Zusammenhang mit dem Aufprallzeitpunkt hat. Da die Zunahme der Geschwindigkeit linear erfolgt (mit ca.  $10\text{m/s}$ ), wäre korrekt:

„Doppelte Falldauer = doppelte Aufprallgeschwindigkeit“. Die doppelte Falldauer wäre bei vierfacher Höhe erreichbar.

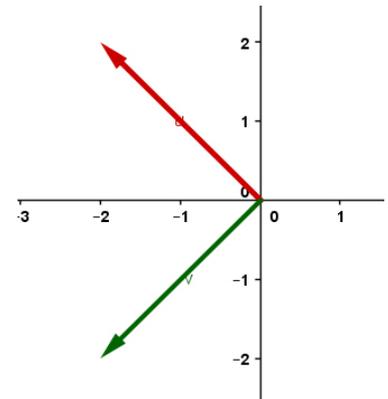
3) (4 Punkte)

a) Begründe, weshalb die quadratische Gleichung  $x^2 + 4x + 8 = 0$  keine reellen Lösungen besitzt. Bestimme die Lösungen dieser Gleichung! Zeichne die Lösungen in der Gaußschen Zahlenebene!

Es gilt:  $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4-8}$  und damit kann die Gleichung keine reellen

Lösungen haben. Lösungen sind

$$x_1 = -2 + 2i \text{ und } x_2 = -2 - 2i$$



b) Welche Lage hat die Gerade  $g: x + 3y = 20$  gegenüber dem Kreis  $k: x^2 + y^2 = 40$ ?

Schneide  $k$  mit  $g$ :

$$x=20-3y \text{ und daher: } (20-3y)^2 + y^2 - 40 = 0$$

$$400 - 120y + 9y^2 + y^2 - 40 = 0$$

$$10y^2 - 120y + 360 = 0$$

$$y^2 - 12y + 36 = 0 \text{ und}$$

$(y-6)^2 = 0$ , daher  $y_{1,2} = 6$  und  $T(2 | 6)$  ist Berührungspunkt. Die Gerade  $g$  ist Kreistangente in  $T$ !

**Viel Erfolg!**