

1. 2016

Teil 1 – Kernstoff – 1 Punkt je Aufgabe:

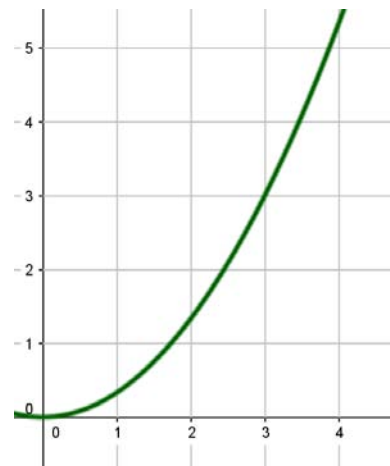
- 1) Die Funktion $I(t)$ gibt die Anzahl der infizierten Personen einer Grippeepidemie nach t Tagen an.

Interpretiere den Term $\frac{I(t) - I(7)}{t - 7}$ in diesem Zusammenhang!

Der Term gibt die mittlere Änderungsrate der Infizierten im Zeitintervall $[7; t]$ an!

- 2) Die nebenstehende Graphik zeigt den Verlauf der Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^2$.
Kreuze die beiden richtigen Aussagen an, die auf diese Funktion zutreffen!

- ☐ Die mittlere Änderungsrate im Intervall $[1; 3]$ beträgt $\frac{2}{3}$.
☒ Die momentane Änderungsrate bei $x_1=2$ ist kleiner als bei $x_2=4$.
☒ Die Steigung der Tangente an $f(x)$ im Punkt $P(3; f(3))$ beträgt 2.
☐ Für $f(x)$ gilt: $f'(1) = \frac{1}{3}$.

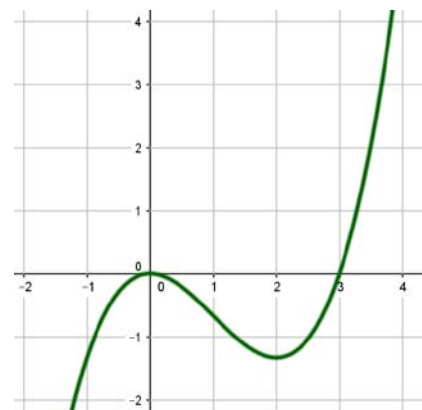


- 3) Kreuze die richtige Antwort an: Für die Funktion $K(m)$ bedeutet der Term $\frac{K(m_2) - K(m_1)}{m_2 - m_1}$

- ☐ die Änderungsrate bei m_1 ☒ die mittlere Änderungsrate in $[m_1; m_2]$
☐ die erste Ableitung bei m_2 ☐ die erste Ableitung bei m_1

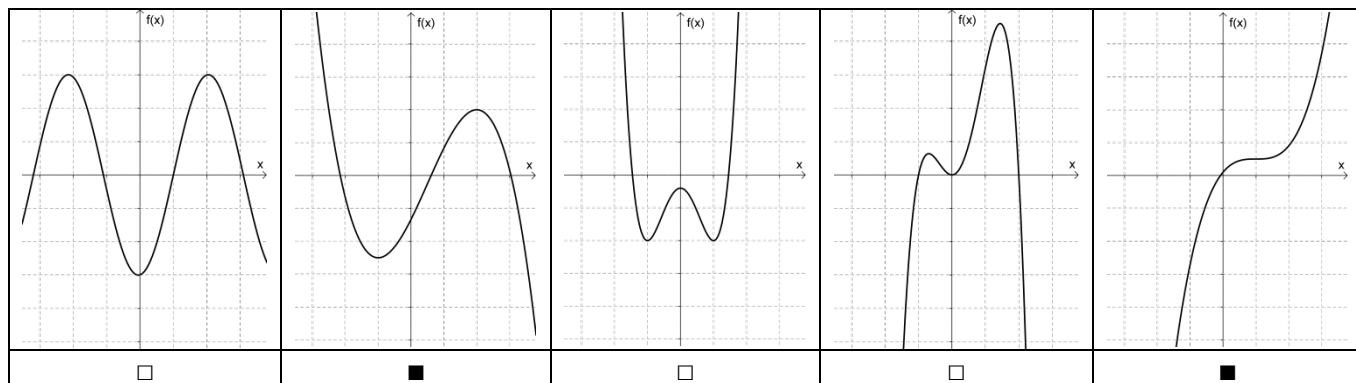
- 4) Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graph einer reellen Funktion $f(x)$. Kreuze die für $f(x)$ zutreffende(n) Aussage(n) an!

- ☒ $f'(-1) > f(1)$ ☐ $f''(2) < 0$
☐ $f''(2) = 0$ ☒ $f'(x) > 0$ für $x > 2$



- 5) Welche der folgenden Abbildungen können den Graphen einer Polynomfunktion vom Grad 3 zeigen?

Kreuze die beiden zutreffenden Abbildungen an!



6) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 3x^2 - 3x$. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f(x)$ hat ☐ keine Nullstellen ☒ genau 2 Nullstellen
☒ genau 2 Monotoniebereiche ☐ mehr als 2 Monotoniebereiche

7) Das Wachstum einer Bakterienkolonie in Abhängigkeit von der Zeit t (in h) kann näherungsweise durch die Funktionsgleichung $A(t) = 2 \cdot 1,35^t$ beschrieben werden, wobei $A(t)$ die zum Zeitpunkt t besiedelte Fläche (in mm^2) angibt. Interpretiere die in der Funktionsgleichung vorkommenden Werte 2 und 1,35 im Hinblick auf den Wachstumsprozess!

2 ist der Startwert, 1,35 der entsprechende Wachstumsfaktor.

8) Gilt für eine Funktion $f(x)$: $f'(x_1) = 0$ und $f''(x_1) < 0$, so hat $f(x)$ bei x_1

☐ eine Nullstelle ☒ ein lokales Maximum ☐ ein lokales Minimum ☐ einen Wendepunkt

9) Die Gleichung $x^3 + x^2 - 2x = 0$ hat die Lösung $x_1 = 1$. Dann gilt für die Lösungsmenge dieser Gleichung

☒ $L = \{-2; 0; 1\}$ ☐ $L = \{0; 1; 2\}$ ☐ $L = \{-1; 0; 1\}$ ☐ $L = \{-2; 0; 2\}$

10) Gegeben ist die Funktion $f(x)$ mit der Gleichung $f(x) = 5 - x^2$. Bestimme die Steigung der Tangente im Punkt $P(3 | y)$!

Es gilt: $f'(x) = -2x$ und $k_t = -6$.

11) Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

	$\in \mathbb{N}$	$\in \mathbb{Z}$	$\in \mathbb{Q}$	$\in \mathbb{R}$
1,2	☐	☐	☒	☒
$-0,\dot{3}$	☐	☐	☒	☒
$-\sqrt{9}$	☐	☒	☒	☒
$\frac{2}{3}$	☐	☐	☒	☒

12) Die Funktion $f(x) = \sin(x)$ besitzt in $[0; 2\pi]$ lokale Extremwerte. Gib ihre Koordinaten an!

Es gilt: $f'(x) = \cos(x)$ und daher $E_1(\pi/2; 1)$ und $E_2(3\pi/2; -1)$

Hinweise:

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche“ ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Teilaufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $\frac{2}{3}$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** folgt und wird getrennt von Teil 1 bearbeitet.

2. Teil – Erweiterungstoff:

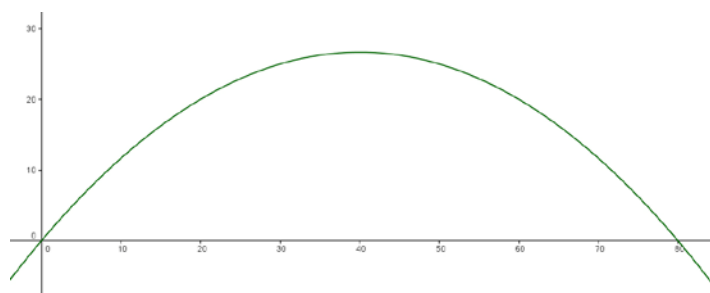
Die mit (*) gekennzeichneten Aufgaben 1b und 3a enthalten Kompensationspunkte für die Aufgaben des 1. Teils und können ergänzend zu Teil 1 bearbeitet werden!

1) (4 Punkte) Die Bewegung eines Fußballs kann vereinfacht durch die Bahnkurve der Funktion $f(x) =$

$$\frac{1}{60}x \cdot (80 - x) \quad (x \text{ in Meter}) \text{ beschrieben werden. } f(x) \text{ beschreibt dabei die Höhe des Fußballs über dem}$$

Boden. In einer waagrechten Entfernung von x Meter vom Abschusspunkt befindet sich der Fußball $f(x)$ m über dem Boden.

a) Veranschauliche den Sachverhalt mit Hilfe einer Skizze!



b)(*) Wird der Fußball vom Boden abgeschossen? Ja, es gilt $f(0) = 0$.

c) Berechne die mittlere Steigung der Bahnkurve im Intervall $[0;40]$ und interpretiere diesen Wert!

Es gilt: $(f(40) - f(0)) / 40 = 2/3$

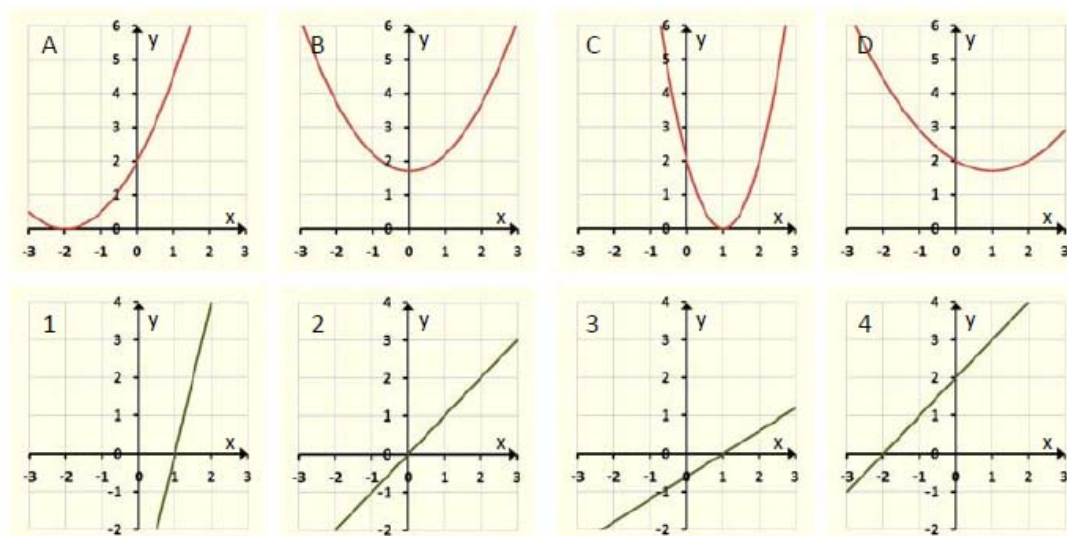
d) Wann und unter welchem Winkel trifft der Ball wieder am Boden auf?

Bei $x = 80$ trifft der Ball wieder am Boden auf und zwar unter $\alpha = 126,87^\circ$ bzw. $53,13^\circ$.

2) Die folgende Darstellung zeigt in der oberen Zeile (A – D) unterschiedliche Funktionsgraphen, in der unteren Zeile (1 – 4) Graphen möglicher Ableitungsfunktionen.

a) (2 Punkte) Ordne die Ableitungsfunktionen den entsprechenden Funktionsgraphen zu!

b) (2 Punkte) Formuliere zwei mathematisch korrekte Aussagen, die den Zusammenhang zwischen $f'(x)$ und $f(x)$ hinsichtlich Monotonie und / oder lokalen Extremwerten beschreiben!



Zuordnung:

A $\rightarrow$ 4

B $\rightarrow$ 2

C $\rightarrow$ 1

D $\rightarrow$ 3

z. B. Gilt $f'(x) > 0$, so ist $f(x)$ streng monoton steigend in x

Gilt $f'(x_1) = 0$ und gilt $f'(x) < 0$ für $x < x_1$ und $f'(x) > 0$ für $x > x_1$, so liegt in x_1 ein lokales Minimum vor!

3) (4 Punkte) Die Ausbreitung einer Tierkrankheit kann näherungsweise durch eine Funktion

$I(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ beschrieben werden (t in Tagen). I gibt dabei die Anzahl infizierter Individuen an. Es wurde beobachtet, dass die Anzahl infizierter Individuen vom Ausgangswert 12 innerhalb von 5 Tagen auf 27 gestiegen ist. Nach 5 Tagen (zum Zeitpunkt $t=5$) betrug die Ausbreitungsgeschwindigkeit 4.

a) (*) Formuliere entsprechende Bedingungen, die für $I(t)$ gelten müssen!

Es muss gelten:

$$I(0) = 12, \text{ d.h. } c=12$$

$$I(5) = 27 \text{ und}$$

$$I'(5) = 4$$

b) Bestimme aus den Bedingungen die Gleichung der Funktion $I(t)$!

$$\text{Daraus erhält man: } 25a + 5b + 12 = 27 \text{ und}$$

$$10a + b = 4$$

$$\text{Daraus ergibt sich: } a = \frac{1}{5} \text{ und } b = 2$$

c) Nach wievielen Tagen hat sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit auf 8 Individuen verdoppelt?

$$\text{Es soll gelten: } I'(t) = \frac{2}{5}t + 2 = 8, \text{ d.h. } t=15$$

d) Skizziere den Verlauf der Funktion $I(t)$!

