

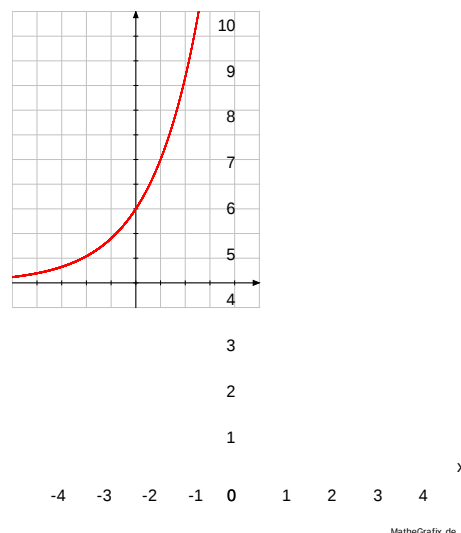
Teil 1: Grundkompetenzen (12 Punkte)

Beispiel 1 : (1 Punkt)

Die nebenstehende Graphik stellt ein exponentielles Wachstum der Form $f(x) = a \cdot b^x$ ($a, b \in \mathbb{R}^+$) dar.

Bestimme aus dem Graphen die Werte der Konstanten a und b !

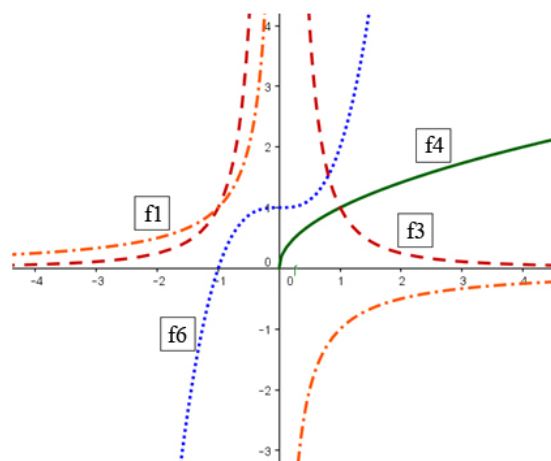
$$a = 3 \quad b = \frac{5}{3}$$



Beispiel 2 : (1 Punkt)

Ordne den nebenstehenden Graphen die vier passenden Funktionsgleichungen zu! Beschrifte die Graphen richtig!

$$\begin{aligned} f_1(x) &= -\frac{1}{x} & f_2(x) &= -x^3 & f_3(x) &= \frac{1}{x^2} \\ f_4(x) &= \sqrt{x} & f_5(x) &= x^2 + 1 & f_6(x) &= x^3 + 1 \end{aligned}$$



Beispiel 3 : (1 Punkt)

Kreuze nur die zutreffenden Eigenschaften für die folgenden Funktionen im richtigen Feld an!

Eigenschaften	$f(x) = \tan(x)$	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \sqrt{x}$
Monoton steigend für $x > 0$	☒ (im D)	☐	☒
Auf ganz $\mathbb{R}$ definiert	☐	☒	☐
Periodisch	☒	☒	☐
$f(x)$ besitzt mindestens eine Nullstelle	☒	☒	☒

Beispiel 4 : (1 Punkt)

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

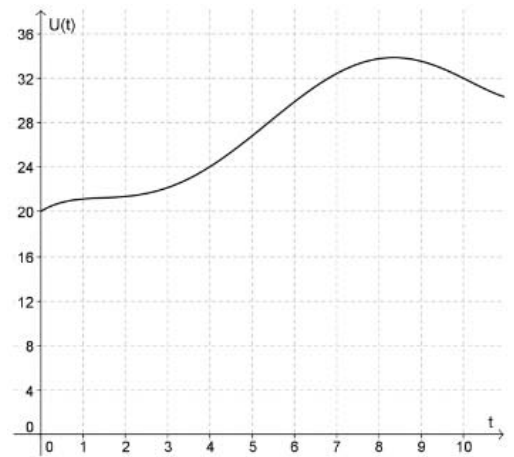
- ☒ $f(x) = \sin(x)$ ist eine ungerade Funktion
☐ $f(x) = \cos(x)$ hat in $[0; \pi]$ keine Nullstelle
☒ $\tan(-x) = -\tan(x)$
- ☐ $f(x) = \cos(2x)$ hat die Amplitude 2
☐ $f(x) = \cos(\frac{x}{2})$ schwingt schneller als $f(x) = \cos(x)$

Beispiel 5 : (1 Punkt)

Die Abbildung zeigt den zeitlichen Verlauf (t in s) der Spannung U (in V) während eines physikalischen Experiments. Ermittle die absolute und die relative Änderung der Spannung während der ersten 10 Sekunden des Experiments!

Absolute Änderung: 12 V

Relative Änderung: 60 %



Beispiel 6 : (1 Punkt)

Das radioaktive Radium-226 hat eine Halbwertszeit von 1600 Jahren (d.h. in dieser Zeit ist die Konzentration auf die Hälfte des Anfangswertes gesunken). Ermittle die Basis a , wenn das Element nach dem Zerfallsgesetz $N(t) = N_0 \cdot a^t$ zerfällt!

Es gilt: $a^{1600} = 1/2$, daher $a=0.9995668768$

Beispiel 7 : (1 Punkt)

Ergänze die Tabelle:

Konstante prozentuelle Zunahme bzw. Abnahme pro Einheit	Wachstums (Abnahme-)faktor	Anfangsbestand	Funktionsgleichung
32%	1,32	4	$f(x) = 4 \cdot 1,32^x$
-3,8%	0,962	200	$f(x) = 200 \cdot 0,962^x$
45%	1,45	32	$f(x) = 32 \cdot 1,45^x$

Beispiel 8 : (1 Punkt)

Gegeben sind Bedingungen für ein Winkelmaß α . Ordne den Bedingungen in der linken Tabelle ein passendes Winkelmaß α aus der rechten Tabelle zu!

$\sin \alpha < 0$ und $\cos \alpha > 0$	D
$\sin \alpha > 0$ und $\cos \alpha = 0$	E
$\sin \alpha = -1$ und $\cos \alpha = 0$	A
$\sin \alpha > 0$ und $\cos \alpha < 0$	F
$\sin \alpha = 0,5$ und $\cos \alpha > 0$	C

A	270°
B	45°
C	30°
D	280°
E	90°
F	160°

Beispiel 9 : (1 Punkt)

Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen einer Funktion f mit

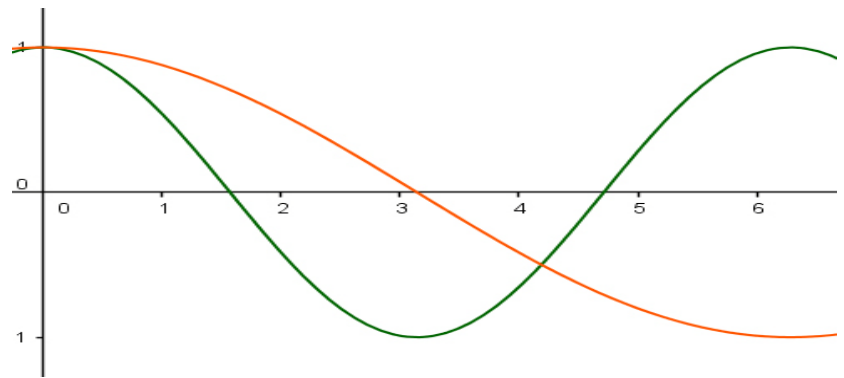
$f(x) = a \cdot \sin(bx) + c$. Ermittle a , b und c !

$a=2$ $b=4$ $c=1$



Beispiel 10 : (1 Punkt)

Skizziere zum vorgegebenen Graphen der Funktion $f(x) = \cos(x)$ den Graphen der Funktion $g(x) = \cos(0,5x)$!

**Beispiel 11 : (1 Punkt)**

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Unbekannten x über der Grundmenge $\mathbb{R}$:

$$x^2 + 10x + q = 0 \text{ mit } q \in \mathbb{R}.$$

Gib an, für welche Werte $q \in \mathbb{R}$ die Gleichung genau zwei verschiedene Lösungen besitzt!

Es gilt für die Diskriminante D : $D = 25 - q > 0$, d.h. $q < 25$.

Beispiel 12 : (1 Punkt)

Gegeben sind Aussagen zu Zahlen. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Zahl $-\frac{1}{3}$ liegt in $\mathbb{Z}$, aber nicht in $\mathbb{N}$.	☐
Die Zahl $\sqrt{-4}$ liegt in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $0,9$ liegt in $\mathbb{Q}$ und in $\mathbb{R}$.	☒
Die Zahl π liegt in $\mathbb{R}$.	☒
Die Zahl $-\sqrt{7}$ liegt nicht in $\mathbb{R}$.	☐

Hinweise:

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche“ ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Teilaufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $\frac{2}{3}$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** folgt und wird getrennt von Teil 1 bearbeitet.

Teil 2: Erweiterungsstoff (12 Punkte)

Die mit (*) gekennzeichneten Aufgaben 1a und 3a enthalten Kompensationspunkte für die Aufgaben des 1. Teils und können ergänzend zu Teil 1 bearbeitet werden!

Beispiel 1: (4 Punkte)

Auf einer Südatlantikinsel wurde im Jahre 1695 eine unbekannte Anzahl von Ziegen ausgesetzt. Im Jahre 1705 zählte man 25 Ziegen, zwei Jahre später waren es schon 36 Ziegen.

a)(*) Bestimme die jährliche Zuwachsrate in %!

Es gilt für die Anzahl der Ziegen Z : $Z_t = Z_0 \cdot q^t$. D.h.: $36 = 25 \cdot q^2$ und daraus $q = \sqrt{6/5} = 1,2$

b) Wieviele Ziegen waren im Jahre 1695 ausgesetzt worden, wenn man exponentielles Wachstum annimmt?

Es gilt: $25 = Z_0 \cdot 1,2^{10}$ und daher: $Z_0 = 4,03$, also 4 Ziegen.

c) Wieviele Ziegen könnte man heute (2016) auf der Insel erwarten, wenn sich das Wachstum nicht verlangsamt hat?

$Z_{311} = 25 \cdot 1,2^{311} = 1,05 \cdot 10^{26}$ Ziegen – eine unvorstellbare Zahl!

d) Berechne (näherungsweise), in welchem Zeitraum sich der Ziegenbestand verdoppelt!

Man löst (näherungsweise) die Gleichung: $2 = 1,2^t$ für die Variable t und erhält: $t \approx 3,8$ Jahre

e) Begründe, weshalb sich die Ziegenvermehrung mit einem linearen Wachstumsmodell kaum gut beschreiben lässt!



Beispiel 2: (4 Punkte)

Ergänze die folgende Tabelle!

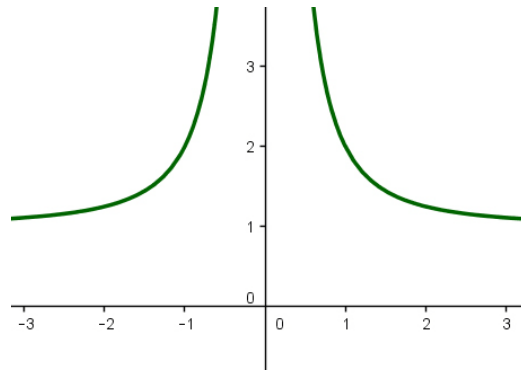
	$f(x) = 3 \cdot \sin(x)$	$f(x) = 2 \cdot \cos(1/2 \cdot x)$	$f(x) = \sin(2 \cdot x)$
Frequenz	1	$1/2$	2
Symmetrie	punktsymmetrisch	achsensymmetrisch	punktsymmetrisch
Nullstellen in $[0; \pi]$	$N_1(0 0), N_2(\pi 0)$	$N_1(\pi 0)$	$N_1(0 0), N_2(\pi/2 0), N_3(\pi 0)$
Lokale Extremstellen in $[0; \pi]$	$E_1(\pi/2, 3)$	Keine lokalen Extremstellen, $E_1(0 2)$ und $E_2(\pi 0)$ wären globale Extremstellen	$E_1(\pi/4 1), E_2(3\pi/4 -1)$

Beispiel 3: (4 Punkte)

Funktionen des Typs $f(x) = a \cdot x^z + b$, $z \neq 0$ können einen völlig unterschiedlichen Verlauf aufweisen.

a)(*) Skizziere die Funktion f_1 mit $a=1$, $z=-2$, $b=1$!

Es gilt: $f_1(x) = 1/x^2 + 1$, die Funktion sieht so aus:



b) Gib drei Eigenschaften von f_1 an! Welche Rolle spielt das negative Vorzeichen von z ?

Eigenschaften: (1) achsensymmetrisch, (2) um 1 nach oben verschoben, (3) Polstelle bei $x=0$, (4) senkrechte Asymptote bei $x=0$, (5) keine lokalen Extremwerte, (6) Gerade $y=1$ ist waagrechte Asymptote, ...

c) Erkläre, welche Auswirkungen die Veränderung der Konstanten a bzw. b auf den Verlauf der Funktion $f(x)$ hat!

d) Kann $f(x)$ punktsymmetrisch sein und durch den Koordinatenursprung gehen? Wenn ja, gib eine solche Funktionsgleichung an! Ja, für a beliebig, $z=3$ und $b=0$ erhält man die allgemeine Funktion $f(x) = ax^3$, welche punktsymmetrisch ist und stets durch den Koordinatenursprung geht!

Viel Erfolg!