2. Mathematikschularbeit 6a
18.01.2016

Name: ______________________________

Punkte: ______________________________

Note: ______________________________

Unterschrift: ______________________________

Punkteschlüssel

Note	Sehr Gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Nicht Genügend
Punkte	24-20	19-16	15-12	11-8	< 8

wobei jeweils zumindest 8 Grundkompetenzpunkte erreicht werden müssen!

Viel Erfolg!

	Teil 1	Teil 2	Teil 2/Komp. Teil 1	Gesamtpunkte
Punkte	__/12P	__/12P	__/2P	__/24P

Hinweise:

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche“ ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Aufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $^{2}/_{3}$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** umfasst den „Erweiterungsstoff“. In den drei Aufgaben können insgesamt 12 Punkte erreicht werden. Es können zwei Ausgleichspunkte (gekennzeichnet mit **A**) für den Teil 1 erworben werden.
- Sowohl in **Teil 1** als auch **Teil 2** darf der Taschenrechner als Hilfsmittel verwendet werden. Alle Rechenwege müssen jedoch nachvollziehbar angeschrieben werden.

Teil I: Grundkompetenzen (12 Punkte)

<u>Beispiel 1</u> : (1 Punkt)

Gegeben ist die Gerade g: $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Gib eine Gerade p in Parameterdarstellung an, die durch den Punkt P (1|4) geht und zur Geraden g parallel ist!

p: X=(1 | 4) + t · (4 | 3)

<u>Beispiel 2</u> : (1 Punkt)

Es sind zwei Punkte $A(-1|-2)$ und $B(9|3)$ vollständig und ein Punkt $C(6|y)$ gegeben. Bestimme die nicht gegebene Koordinate des Punktes C so, dass er auf der Geraden $g[A,B]$ liegt!

Es gilt: 6 = -1 + 10 t und y = -2 + 5 t, daraus: t = $^{7}/_{10}$ und y = $^{3}/_{2}$

<u>Beispiel 3</u> : (1 Punkt)

Berechne den Schnittpunkt der Geraden:

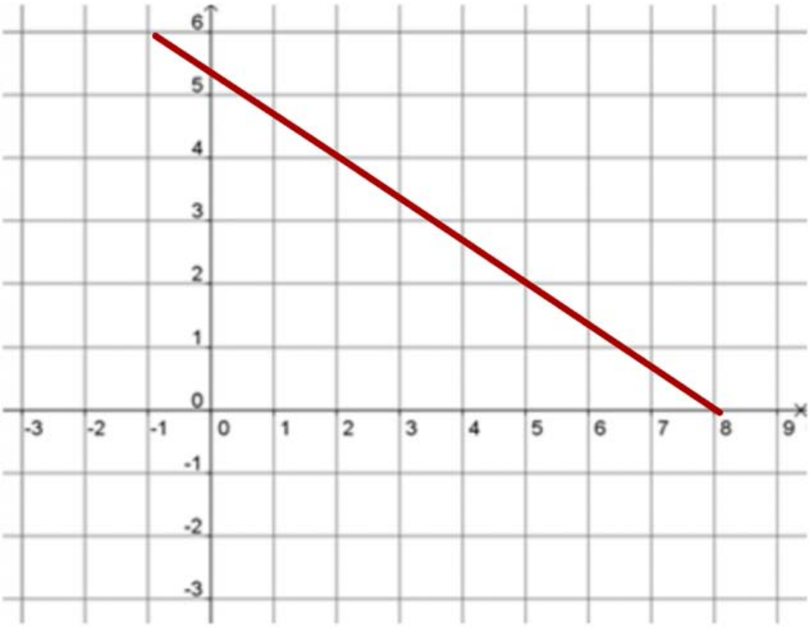
$g: X = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $h: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

Es gilt: -3 + 2t = -4 – 3s und

2 + 2t = 5 – s. Daraus bestimmt man: s = - 2 bzw. t= $^{5}/_{2}$, daher S(2 | 7).

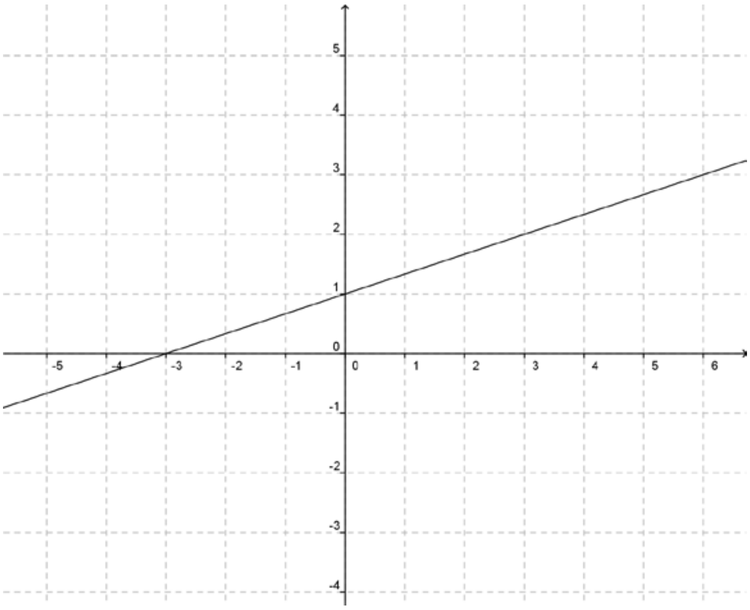
<u>Beispiel 4</u> : (1 Punkt)

Skizziere die Gerade $g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ in das Koordinatensystem!



Beispiel 5 : (1 Punkt)

Welche Parameterdarstellungen passen zur gegebenen Geraden? Markiere sie!



$X = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 1{,}5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	■
$X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$	❐
$X = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$	■
$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	❐
$X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	❐

Beispiel 6 : (1 Punkt)

Die Gerade g ist durch ihre Parameterdarstellung g: $X = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ gegeben

Gib eine parameterfreie Form der Geraden g an!

z. B. g: 2x + 3y = 7

Beispiel 7 : (1 Punkt)

Für ein Stück des Produkts P werden n Bestandteile in den Mengen $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ benötigt .Die Stückkosten je Bestandteil betragen $\vec{k} = (k_1, k_2, \dots, k_n)$.

Beschreibe mit Hilfe von Vektoren die Gesamtkosten K für 100 Stück des Produkts P!

K = $100 \cdot \vec{b} \cdot \vec{k}$

Beispiel 8 : (1 Punkte)

Gegeben sind vier Potenzterme A, B, C und D. Ordne diesen Termen die jeweils äquivalenten Terme zu!

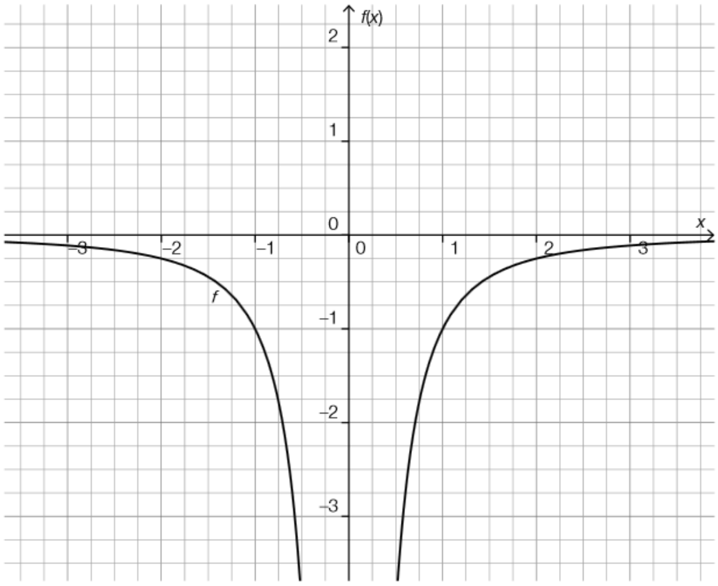
$\dfrac{1}{x \cdot y^3}$	**A**
$\dfrac{\sqrt{x^5 \cdot y^4}}{x^2 \cdot y^2}$	**B**
$\left(\dfrac{x^5}{y^2}\right)^{\frac{1}{3}}$	**C**
$\sqrt[4]{\dfrac{x^4 \cdot y^4}{x^{16}}}$	**D**

	$x^{\frac{5}{3}} \cdot y^{-\frac{2}{5}}$
A	$x^{-1} \cdot y^{-3}$
B	$\sqrt{x}$
	$\sqrt{xy^{-2}}$
C	$x^{1\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{2}{3}}$
D	$x^{-3}y$

<u>Beispiel 9</u> : (1 Punkt)

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Potenzfunktion f vom Typ $f(x) = a \cdot x^z$ mit $a \in \mathbb{R};\ a \neq 0;\ z \in \mathbb{Z}$ dargestellt. Eine der nebenstehenden Gleichungen ist eine Gleichung dieser Funktion f. Kreuze die zutreffende Gleichung an!

Lösung ist: f(x) = -2 x $^{-2}$ = $\frac{-2}{x^2}$



<u>Beispiel 10</u> : (1 Punkt)

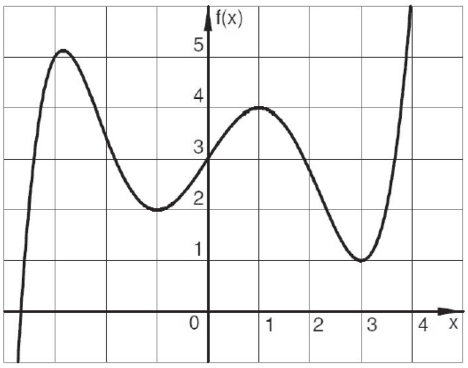
Folgende Aussage bezieht sich auf die Eigenschaften von Potenzfunktionen. Kreuze die Ausdrücke so an, dass der Satz damit mathematisch korrekt ist.

Aussage: Der Graph der Funktion f (x) = $\frac{1}{x^2}$ ist __________ [1] __________ und verläuft durch den Punkt __________ [2] _____________ .

[1]		[2]	
	□ eine Gerade		□ (0 | 0)
	□ eine Parabel		□ (-1| $^1/_2$)
	■ eine Hyperbel		■ (2 | $^1/_4$)

Beispiel 11 : (1 Punkt)

Monotonie & Minimum - bzw. Maximumstellen:



Kreuze die für den hier abgebildeten Graphen zutreffende(n) Eigenschaft(en) an!

Die abgebildete Funktion ist im Intervall $[0;1]$ streng monoton steigend.	■
$x=1$ ist globale Maximumstelle im Intervall $[-3;2]$.	❒
Die dargestellte Funktion ist im Intervall $[1;3]$ streng monoton fallend.	■
$x=3$ ist eine lokale Minimumstelle.	■
Die Funktion ist im Intervall $[-1;2]$ monoton steigend.	❒

Beispiel 12 : (1 Punkt)

Ein neuer Tablet - PC kostet 445€. Laura bekommt von ihren Eltern 300€.
Sie spart pro Woche 15€. Mit welcher der folgenden Formeln kann Laura berechnen, wie viele Wochen w sie noch sparen muss, damit sie sich den Tablet-PC kaufen kann?
Kreuze die richtige(n) Formel(n) an.

■ $w=\frac{445-300}{15}$ ☐ $w=\frac{445}{15}-300$ ■ $15w=145$

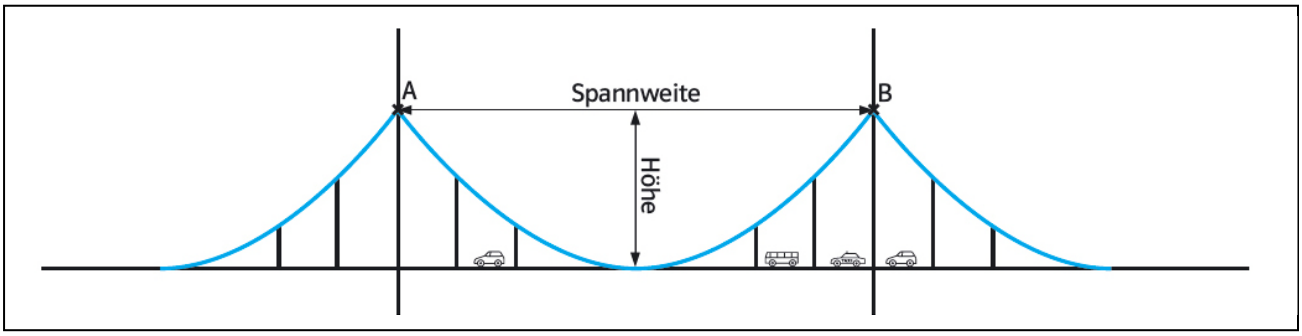
☐ $w=\frac{445}{15}+300$ ☐ $15w=745$ ☐ $15w-300=445$

Teil II: Erweiterungsstoff (12 Punkte)

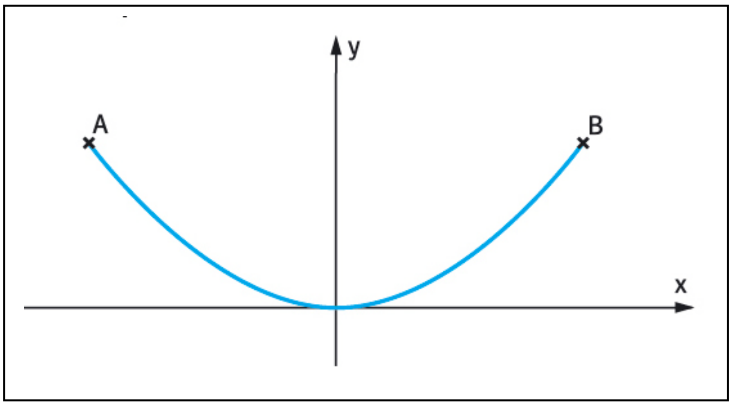
Die mit (*) gekennzeichneten Aufgaben 1a und 2b enthalten Kompensationspunkte für die Aufgaben des 1. Teils und können ergänzend zu Teil 1 bearbeitet werden!

Beispiel 1: (4 Punkte)

Die Spannweite einer unteren Hängebrücke beträgt 50m, die Höhe der oberen Befestigungspunkte A und B über der Fahrbahn beträgt 14 m. Die Fahrbahn ist an zwei Haupttrageseilen aufgehängt.
Die Hauptseile im mittleren Abschnitt haben annähernd die Form einer Parabel.



a)(*) Zeichne die Längenangaben in das folgende Koordinatensystem ein!



b) Gib die Koordinaten der Punkte A und B an!
A(-25 | 14), B(25 | 14)

c) Welche der folgenden vier Funktionsgleichungen gehört zu der abgebildeten Parabel? Begründe!

□ $f(x) = -0{,}0224x^2$ □ $f(x) = 50x+14$
■ $f(x) = 0{,}0224x^2$ □ $f(x) = 0{,}0224x^2+14$

d) Gib zwei wichtige Funktionseigenschaften dieser Parabelgleichung an!
Symmetrisch zur f(x) – Achse, nicht verschoben, nach oben offen, gerade Funktion, Scheitel im Koordinatenursprung, …

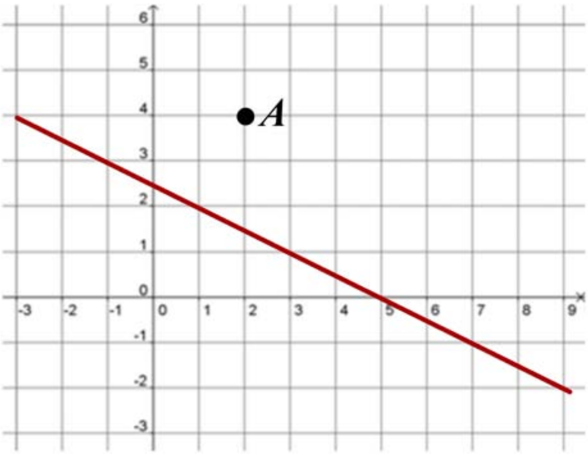
Beispiel 2: (4 Punkte)

Zwei Geraden im $\mathbb{R}^2$ sind entweder schneidend, parallel oder identisch.

Gegeben sind die Gerade g: $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und der Punkt A(2 | 4).

a) Zeige rechnerisch, dass A nicht auf der Geraden g liegt! Stelle die Gerade g und den Punkt A in einem Koordinatensystem dar!

Es gilt: 2 = -1 + 2t und
4 = 3 – t
Daraus: t = $^3/_2$ bzw. t= -1, A nicht auf g!



b)(*) Gib eine Gleichung der Geraden n an, die durch A geht und zu g normal ist!
n: X = (2 | 4) + s · (1 | 2)

c) Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes von n und g!
Wie kann rechnerisch überprüft werden, ob zwei Vektoren normal zueinander sind?

-1 + 2t = 2 + s
3 – t = 4 + 2s
Daraus: 5 = 10 + 5s und s= -1 bzw. t= 1, daher S(1 | 2)
Zwei Vektoren stehen aufeinander normal, wenn ihr Skalarprodukt 0 ergibt!

d) Gib eine Gleichung einer Geraden s an, die durch A geht und die Gerade g schneidet! Begründe deine Vorgangsweise!

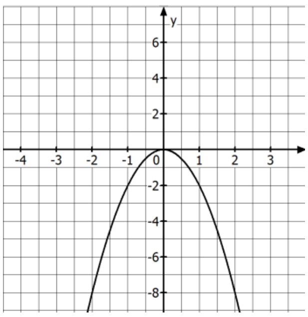
z. B. s: X = (2 | 4) + t · (1 | 1). Wichtig: Richtungsvektor von s darf kein Vielfaches des Richtungsvektors von g sein!

<u>Beispiel 3</u>: (4 Punkte)

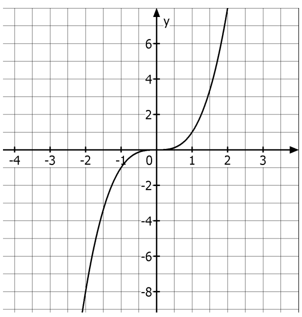
Potenzfunktionen und ihre Eigenschaften

a) Gegeben sind die Funktionsterme von fünf Potenzfunktionen.
Ordne diesen Funktionstermen den richtigen Graphen zu!

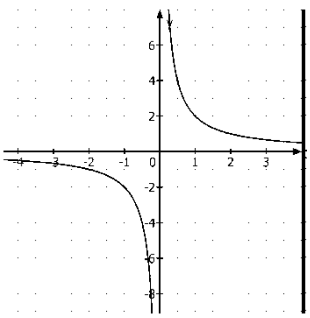
$f_1(x) = x^3$ $\quad f_2(x) = 2x^{\frac{1}{2}}$ $\quad f_3(x) = 2 \cdot x^{-1}$ $\quad f_4(x) = -2x^2$ $\quad f_5(x) = -x^3$



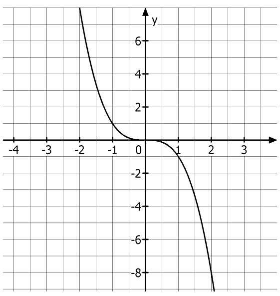
$f_4(x)$



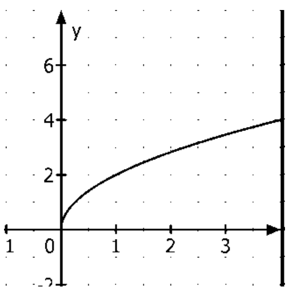
$f_1(x)$



$f_3(x)$



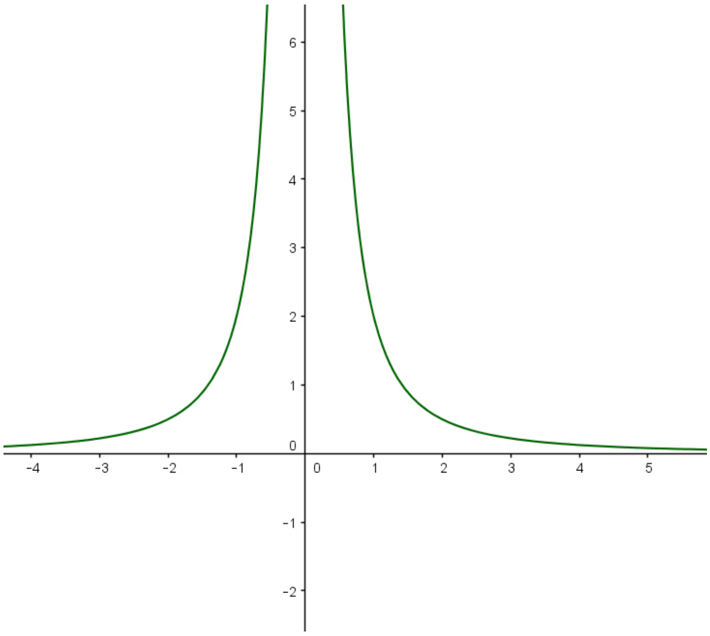
$f_5(x)$



$f_2(x)$

b) Gib für die Funktion $f_2(x) = 2x^{\frac{1}{2}}$ die Definitionsmenge D und ihr Monotonieverhalten an! D = R_0^+, f(x) ist auf ganz D streng monoton steigend!

c) Zeichne die Funktion f (x) = $2 \cdot x^{-2}$ in ein Koordinatensystem und gib ihre Definitionsmenge D an!



D = R \ {0}

d) Erkläre, was man unter einer geraden bzw. ungeraden Funktion versteht.
Gib jeweils ein Beispiel mit Funktionsterm und Graph (Skizze!) an!

Für gerade Funktionen gilt: f(- x) 0= f(x), für ungerade Funktionen entsprechend f(-x) = - f(x)!

z.B. f(x) = x^2 gerade Funktion, f(x) = x^3 ungerade Funktion!