

2. Mathematikschularbeit 6a

18.01.2016

Name: _____

Punkte: _____

Note: _____

Unterschrift: _____

Punkteschlüssel

Note	Sehr Gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Nicht Genügend
Punkte	24-20	19-16	15-12	11-8	< 8

wobei jeweils zumindest 8 Grundkompetenzpunkte erreicht werden müssen!

Viel Erfolg!

	Teil 1	Teil 2	Teil 2/Komp. Teil 1	Gesamtpunkte
Punkte	___/12P	___/12P	___/2P	___/24P

Hinweise:

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche“ ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Aufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $\frac{2}{3}$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** umfasst den „Erweiterungsstoff“. In den drei Aufgaben können insgesamt 12 Punkte erreicht werden. Es können zwei Ausgleichspunkte (gekennzeichnet mit **A**) für den Teil 1 erworben werden.
- Sowohl in **Teil 1** als auch **Teil 2** darf der Taschenrechner als Hilfsmittel verwendet werden. Alle Rechenwege müssen jedoch nachvollziehbar angeschrieben werden.

Teil I: Grundkompetenzen (12 Punkte)

Beispiel 1 : (1 Punkt)

Gegeben ist die Gerade $g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Gib eine Gerade p in Parameterdarstellung an, die durch den Punkt $P(1|4)$ geht und zur Geraden g parallel ist!

p : _____

Beispiel 2 : (1 Punkt)

Es sind zwei Punkte $A(-1|-2)$ und $B(9|3)$ vollständig und ein Punkt $C(6|y)$ gegeben. Bestimme die nicht gegebene Koordinate des Punktes C so, dass er auf der Geraden $g[A, B]$ liegt!

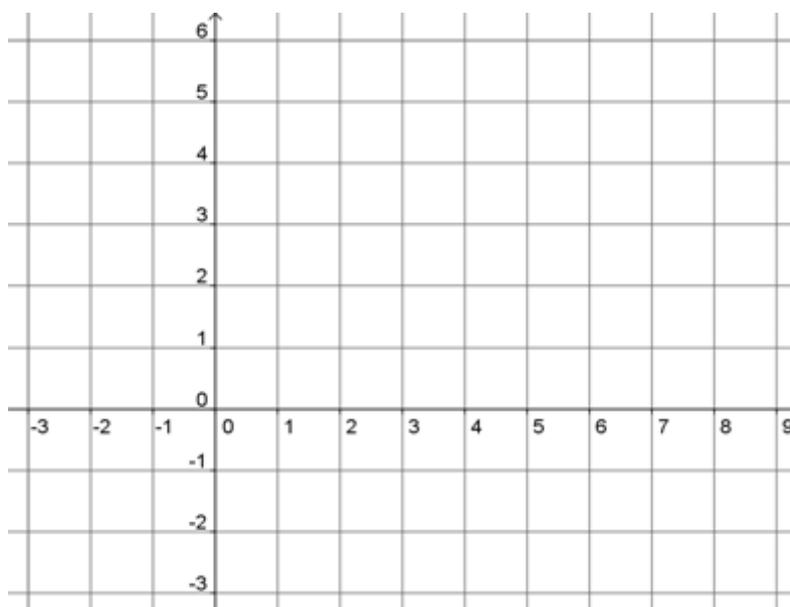
Beispiel 3 : (1 Punkt)

Berechne den Schnittpunkt der Geraden:

$$g: X = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

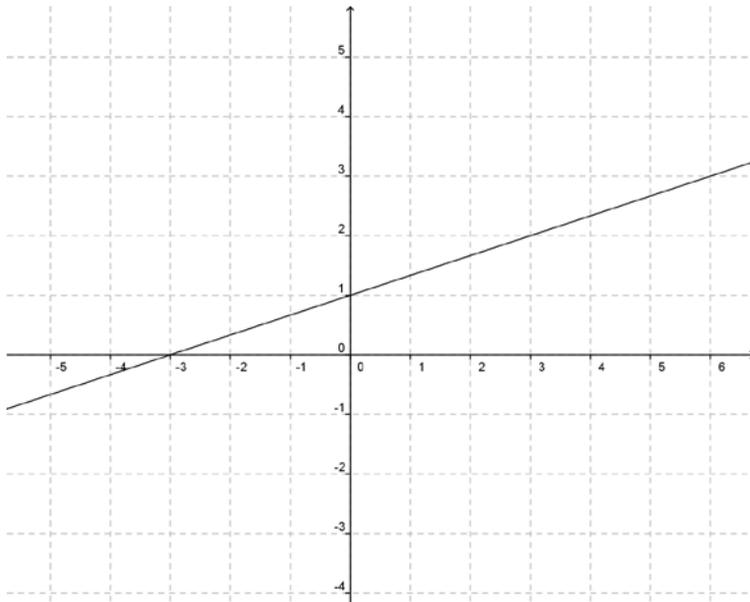
Beispiel 4 : (1 Punkt)

Skizziere die Gerade $g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ in das Koordinatensystem!



Beispiel 5 : (1 Punkt)

Welche Parameterdarstellungen passen zur gegebenen Geraden? Markiere sie!



$X = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>

Beispiel 6 : (1 Punkt)

Die Gerade g ist durch ihre Parameterdarstellung $g: X = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ gegeben

Gib eine parameterfreie Form der Geraden g an!

Beispiel 7 : (1 Punkt)

Für ein Stück des Produkts P werden n Bestandteile in den Mengen $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ benötigt. Die Stückkosten je Bestandteil betragen $\vec{k} = (k_1, k_2, \dots, k_n)$.

Beschreibe mit Hilfe von Vektoren die Gesamtkosten K für 100 Stück des Produkts P!

K = _____

Beispiel 8 : (1 Punkte)

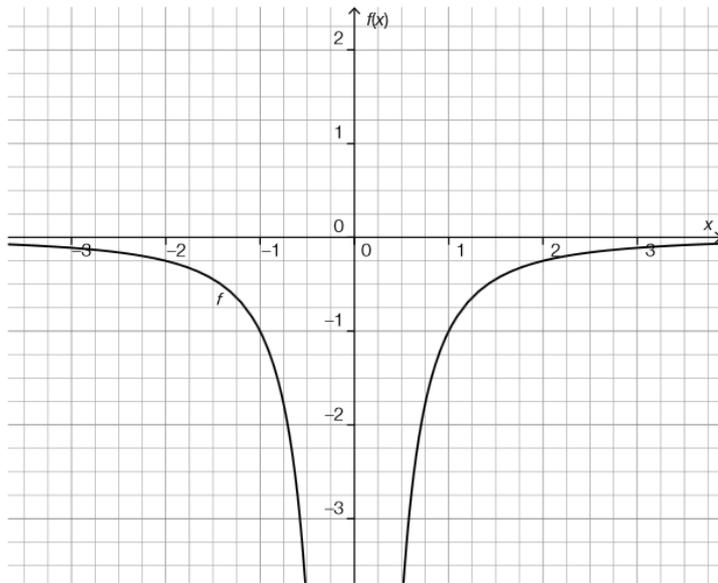
Gegeben sind vier Potenzterme A, B, C und D. Ordne diesen Termen die jeweils äquivalenten Terme zu!

$\frac{1}{x \cdot y^3}$	A
$\frac{\sqrt{x^5 \cdot y^4}}{x^2 \cdot y^2}$	B
$\left(\frac{x^5}{y^2}\right)^{\frac{1}{3}}$	C
$\sqrt[4]{\frac{x^4 \cdot y^4}{x^{16}}}$	D

	$x^{\frac{5}{3}} \cdot y^{-\frac{2}{5}}$
	$x^{-1} \cdot y^{-3}$
	\sqrt{x}
	$\sqrt{xy^{-2}}$
	$x^{\frac{12}{3}} \cdot y^{-\frac{2}{3}}$

Beispiel 9 : (1 Punkt)

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Potenzfunktion f vom Typ $f(x) = a \cdot x^z$ mit $a \in \mathbb{R}; a \neq 0; z \in \mathbb{Z}$ dargestellt. Eine der nebenstehenden Gleichungen ist eine Gleichung dieser Funktion f . Kreuze die zutreffende Gleichung an!



$f(x) = 2x^{-4}$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = -x^{-2}$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = -x^2$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = -x^{-1}$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = x^{-2}$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = x^{-1}$	<input type="checkbox"/>

Beispiel 10 : (1 Punkt)

Folgende Aussage bezieht sich auf die Eigenschaften von Potenzfunktionen. Kreuze die Ausdrücke so an, dass der Satz damit mathematisch korrekt ist.

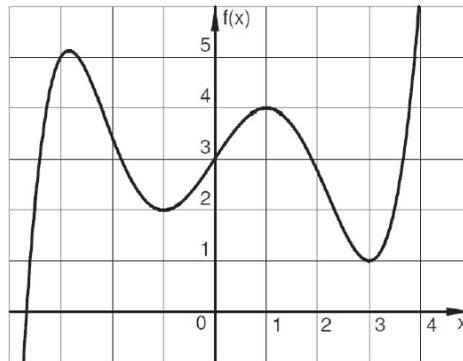
Aussage: Der Graph der Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ist _____ [1] _____ und verläuft durch den Punkt _____ [2] _____ .

- [1] eine Gerade
 eine Parabel
 eine Hyperbel

- [2] (0 | 0)
 (-1 | 1/2)
 (2 | 1/4)

Beispiel 11 : (1 Punkt)

Monotonie & Minimum - bzw. Maximumstellen:



Kreuze die für den hier abgebildeten Graphen zutreffende(n) Eigenschaft(en) an!

Die abgebildete Funktion ist im Intervall $[0;1]$ streng monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
$x = 1$ ist globale Maximumstelle im Intervall $[-3;2]$.	<input type="checkbox"/>
Die dargestellte Funktion ist im Intervall $[1;3]$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
$x = 3$ ist eine lokale Minimumstelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion ist im Intervall $[-1;2]$ monoton steigend.	<input type="checkbox"/>

Beispiel 12 : (1 Punkt)

Ein neuer Tablet - PC kostet 445€. Laura bekommt von ihren Eltern 300€.

Sie spart pro Woche 15€. Mit welcher der folgenden Formeln kann Laura berechnen, wie viele Wochen w sie noch sparen muss, damit sie sich den Tablet-PC kaufen kann?

Kreuze die richtige(n) Formel(n) an.

$w = \frac{445 - 300}{15}$

$w = \frac{445}{15} - 300$

$15w = 145$

$w = \frac{445}{15} + 300$

$15w = 745$

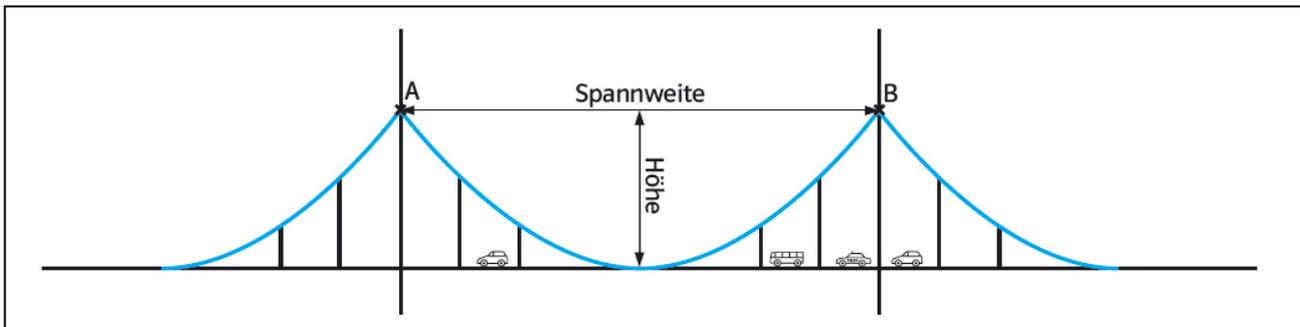
$15w - 300 = 445$

Teil II: Erweiterungsstoff (12 Punkte)

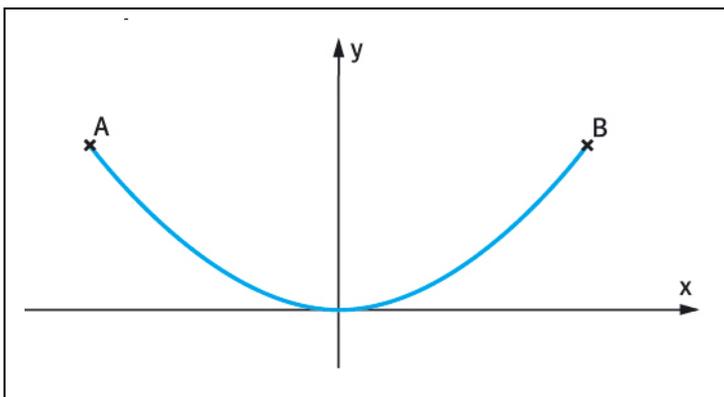
Die mit (*) gekennzeichneten Aufgaben 1a und 2b enthalten Kompensationspunkte für die Aufgaben des 1. Teils und können ergänzend zu Teil 1 bearbeitet werden!

Beispiel 1: (4 Punkte)

Die Spannweite einer unteren Hängebrücke beträgt 50m, die Höhe der oberen Befestigungspunkte A und B über der Fahrbahn beträgt 14 m. Die Fahrbahn ist an zwei Haupttrageseilen aufgehängt. Die Hauptseile im mittleren Abschnitt haben annähernd die Form einer Parabel.



a) (*) Zeichne die Längenangaben in das folgende Koordinatensystem ein!



b) Gib die Koordinaten der Punkte A und B an!

c) Welche der folgenden vier Funktionsgleichungen gehört zu der abgebildeten Parabel? Begründe!

- $f(x) = -0,0224x^2$ $f(x) = 50x+14$
 $f(x) = 0,0224x^2$ $f(x) = 0,0224x^2+14$

d) Gib zwei wichtige Funktionseigenschaften dieser Parabelgleichung an!

Beispiel 2: (4 Punkte)

Zwei Geraden im \mathbb{R}^2 sind entweder schneidend, parallel oder identisch.

Gegeben sind die Gerade $g: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und der Punkt $A(2 | 4)$.

a) Zeige rechnerisch, dass A nicht auf der Geraden g liegt! Stelle die Gerade g und den Punkt A in einem Koordinatensystem dar!

b) (*) Gib eine Gleichung der Geraden n an, die durch A geht und zu g normal ist!

c) Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes von n und g!

Wie kann rechnerisch überprüft werden, ob zwei Vektoren normal zueinander sind?

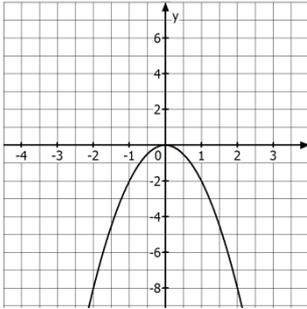
d) Gib eine Gleichung einer Geraden s an, die durch A geht und die Gerade g schneidet! Begründe deine Vorgangsweise!

Beispiel 3: (4 Punkte)

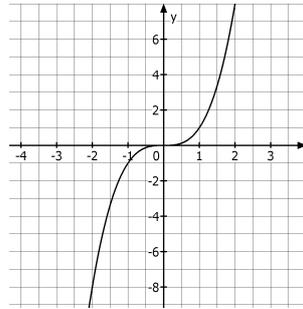
Potenzfunktionen und ihre Eigenschaften

- a) Gegeben sind die Funktionsterme von fünf Potenzfunktionen.
Ordne diesen Funktionstermen den richtigen Graphen zu!

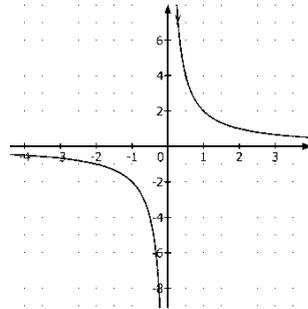
$$f_1(x) = x^3 \quad f_2(x) = 2x^{\frac{1}{2}} \quad f_3(x) = 2 \cdot x^{-1} \quad f_4(x) = -2x^2 \quad f_5(x) = -x^3$$



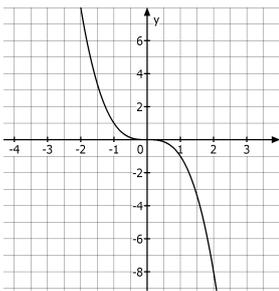
.....



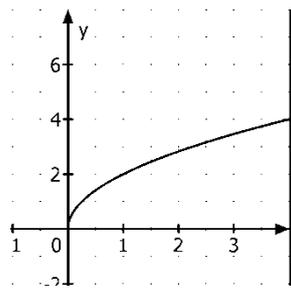
.....



.....



.....



.....

- b) Gib für die Funktion $f_2(x) = 2x^{\frac{1}{2}}$ die Definitionsmenge D und ihr Monotonieverhalten an!
- c) Zeichne die Funktion $f(x) = 2 \cdot x^{-2}$ in ein Koordinatensystem und gib ihre Definitionsmenge D an!
- d) Erkläre, was man unter einer geraden bzw. ungeraden Funktion versteht.
Gib jeweils ein Beispiel mit Funktionsterm und Graph (Skizze!) an!

Viel Erfolg!