

Teil 1 – Kernstoff:

1) (1 Punkt)

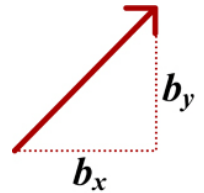
Kreuze die zutreffenden Aussagen an!

$\vec{b} = 4 \cdot \vec{a}$	Der Vektor $\vec{a}$ ist viermal so lang wie der Vektor $\vec{b}$	☐
$\vec{b} = -\vec{a}$	Die beiden Vektoren sind gleich lang	☒
$\vec{b} - \vec{c} = 2 \cdot \vec{a}$	gilt für $\vec{a} = (2 \mid -1)$, $\vec{b} = (1 \mid -1)$ und $\vec{c} = (-3 \mid 1)$	☒

2) (1 Punkte)

Für den nebenstehend dargestellten Vektor $\vec{b}$ und einen auf ihn normal stehenden Vektor $\vec{n}_b$ gilt:

☐ $-\vec{b} = \begin{pmatrix} b_y \\ b_x \end{pmatrix}$
☒ $-\vec{b} = \begin{pmatrix} -b_x \\ -b_y \end{pmatrix}$
☐ $\vec{n}_b = \begin{pmatrix} -b_y \\ -b_x \end{pmatrix}$
☒ $\vec{n}_b \cdot \vec{b} = 0$



3) (1 Punkt)

Gegeben sind die Punkte A(2 | -1) und B(4 | -2). Die Parameterform einer Gleichung der Geraden durch A und B lautet: $\mathbf{X} = (2 \mid -1) + t \cdot (2 \mid -1)$.

4) (1 Punkt)

Die Gerade g: $y = \frac{1}{2} \cdot x - 2$ enthält den Punkt P (0 | -2) und hat den Richtungsvektor $\vec{a} = (1 \mid \frac{1}{2})$.

5) (1 Punkt)

Drei der folgenden Vektoren sind zueinander parallel Kreuze die drei Vektoren an!

☒ $\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$
☐ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$
☒ $\vec{c} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$
☒ $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
☐ $\vec{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

6) (2 Punkte)

Gegeben ist die Gerade g: $X = (1 \mid 1 + t \cdot (2 \mid 1))$ und $R(-5 \mid 5) \notin g$.

Stelle die Gleichung einer Normalen n auf g durch R auf! Liegt Q (-3 | 1) auf n?

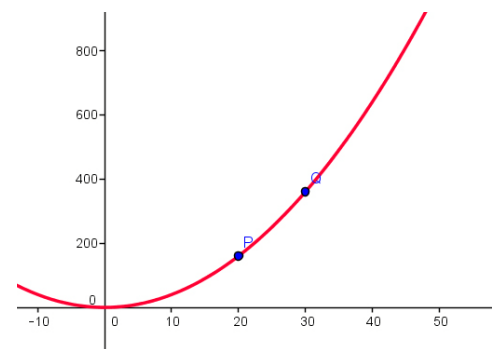
$n: X = (-5 \mid 5) + s \cdot (-1 \mid 2)$

Q auf n? Dazu Q in n einsetzen: $-3 = -5 - s$ bzw. $1 = 5 + 2s$. Daraus: $s = -2$. Q liegt daher auf n!

7) (1 Punkt)

Der Luftwiderstand F_L (in N) eines PKWs lässt sich in Abhängigkeit von der Fahrtgeschwindigkeit v (in $\frac{m}{s}$) durch die Funktionsgleichung $F_L(v) = 0,4 \cdot v^2$ beschreiben. Um welchen Wert steigt der Luftwiderstand, wenn die Geschwindigkeit von $20 \frac{m}{s}$ auf $30 \frac{m}{s}$ zunimmt? Skizziere den Verlauf dieser Funktion!

F_L steigt von 160N auf 360N an, d.h. um 200N!



8) (1 Punkt)

Gegeben ist die Zeit – Ort Funktion $s(t) = 3t^2 + 200$. Kreuze die zutreffenden Aussagen an!

☒ Der Weg nimmt für $t > 0$ stets zu
☒ $s(10) = 500$
☐ $s(t)$ ist linear
☒ $s(t)$ ist für $t > 0$ monoton steigend

9) (2 Punkte)

Der Verlauf von Funktionen des Typs $f(x) = ax^2 + c$, $a, c \in \mathbb{R}$ hängt von den Konstanten a und c ab. Beschreibe folgende Funktionen hinsichtlich ihres Verlaufs und allfälliger Nullstellen!

$a < 0, c > 0$: symmetrisch zur $f(x)$ – Achse, nach unten offen, entlag der $f(x)$ – Achse nach oben um c verschoben. Daher in jedem Fall 2 Nullstellen!

10) (1 Punkt)

Der Punkt T liegt auf der Strecke $\overline{AB}$ und teilt diese im Verhältnis 2 : 3.

Kreuze die richtige Aussage an!

☐ $T = A + \frac{3}{5} B$

☐ $T = A + \frac{2}{3} B$

☒ $T = \frac{3}{5} A + \frac{2}{5} B$

☐ $T = A + \frac{2}{5} \overrightarrow{AB}$

Hinweise:

- **Teil 1** prüft „das Wesentliche“ ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Teilaufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $\frac{2}{3}$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen. **Teil 2** folgt und wird getrennt von Teil 1 bearbeitet.

2. Teil – Erweiterungstoff:

Die mit (*) gekennzeichneten Aufgaben 1b und 2b enthalten Kompensationspunkte für die Aufgaben des 1. Teils und können ergänzend zu Teil 1 bearbeitet werden!

1)a) (1 Punkt)

Gegeben sind die Geraden g: $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und h: $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Zeige, dass g und h einen

Schnittpunkt S haben und berechne seine Koordinaten!

Gleichsetzen liefert:

$$-2 + 3s = -2t \text{ und}$$

$$1 + 2s = 7 + t. \text{ Daraus berechnet man: } 0 + 7s = 14 \text{ und } s = 2, t = -2 \text{ und für den Schnittpunkt } S(4 | 5).$$

b)(*) (1 Punkt) Stelle die Gerade g: $y = -\frac{2}{3} \cdot x + 1$ in Parameterform dar!

Die Parameterform lautet: **$X = (0 | 1) + t \cdot (1 | -\frac{2}{3})$**

c) (1 Punkt) Gegeben sind die Punkte A(1 | 2) und B(4 | -1). Bestimme C(x | 8) so, dass alle drei Punkte auf einer Geraden liegen!

Man bestimmt: $\overrightarrow{AB} = (3 | -3)$. Der Vektor $\overrightarrow{AC}$ muss ein Vielfaches davon sein. D.h. $(3 | -3) = t \cdot (x - 1 | 6)$

$$\text{Daher: } t = -\frac{1}{2} \text{ und } 3 = -\frac{1}{2}(x-1) \text{ und } 3 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \text{ und } x = -5.$$

2. Möglichkeit: Stelle durch A und B eine Gerade auf und setze C ein:

$$X = (1 | 2) + s \cdot (3 | -3). \text{ C eingesetzt ergibt: } x = 1 + 3s \text{ und } 8 = 2 - 3s. \text{ Daraus } s = -2 \text{ und } x = -5.$$

d) (1 Punkt) Bestimme die Konstante c so, dass die Geraden

$$g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } h: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} c \\ 1 \end{pmatrix} \text{ zueinander parallel sind!}$$

Richtungsvektoren müssen ein Vielfaches voneinander sein. $(3 | 2) = t \cdot (c | 1)$. Daraus ergibt sich $t = \frac{1}{2}$ und $c = \frac{3}{2}$.

2) (4 Punkte)

Gegeben ist das Dreieck A(-2 | 2), B(4 | 4), C(0 | 6)

a) Zeige, dass das Dreieck gleichschenkelig ist!

$$\text{Es gilt: } |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{40} \quad |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{20}, \quad |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{20}, \text{ daher gleichschenkelig!}$$

b) Stelle die Gleichung der Höhe h_c auf!

$$h_c: X = (0 | 6) + s \cdot (-2 | 6)$$

c) Zeige, dass der Umkreismittelpunkt genau der Mittelpunkt der Strecke AB ist!

$$M_{AB} = (1 | 3) \quad \overrightarrow{AB} = (6 | 2) \quad n_{AB} = (-2 | 6). \text{ Streckensymmetrale für c: } 6x + 2y = 12$$

$$M_{BC} = (2 \mid 5) \quad \overrightarrow{BC} = (-4 \mid 2) \quad n_{AB} = (2 \mid 4). \text{ Streckensymmetrale für a: } -4x + 2y = 2$$

Schneiden der Streckensymmetralen ergibt:

$$6x + 2y = 12$$

$$-4x + 2y = 2$$

Daraus: $10x = 10$ und $x=1$, $y=3$, daher $U(1 \mid 3) = M_{AB}$.

3) (4 Punkte)

Der Abbau eines bestimmten Dopingmittels erfolgt bei Männern linear mit 2,3 mg, bei Frauen linear mit 2,1 mg pro Stunde. Marco Muskelprotz und Babsi Bizeps, beide Sportler aus Leidenschaft, nehmen gleichzeitig dieselbe Menge des Dopingmittels zu sich. Zwei Stunden nach der Einnahme werden bei Marco Muskelprotz noch 4,5mg nachgewiesen.

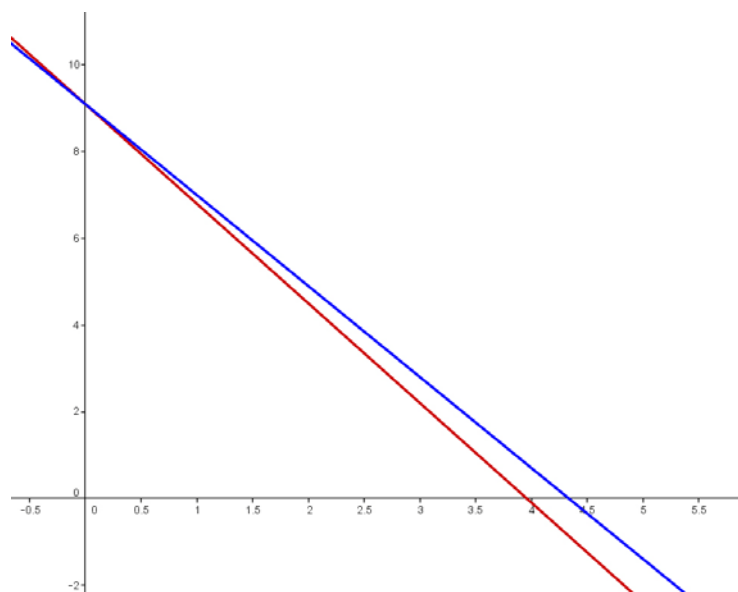
a) Bestimme die Funktionsgleichungen $M(t)$ und $B(t)$, die die Konzentration t Stunden nach der Einnahme für beide Sportler beschreiben!

Es gilt:

$$M(t) = 9,1 - 2,3 \cdot t \text{ und}$$

$$B(t) = 9,1 - 2,1 \cdot t$$

b) Zeichne beide Funktionen in ein Koordinatensystem!



c) Eine Menge von weniger als 1mg des Dopingmittels ist bei Kontrollen nicht mehr nachweisbar. Wieviele Stunden früher hätte Marco das Mittel nehmen müssen, um bei der Kontrolle nicht aufzufallen?

$9,1 - 2,3 \cdot t = 1$, d.h. $t = 3,51$, d.h. mehr als 1,5 Stunden früher!

d) Welche Menge dürfte Babsi höchstens zu sich nehmen, um bei einer Dopingkontrolle 5 Stunden nach der Einnahme nicht aufzufallen?

Gesucht ist die Konstante d – mit $-2,1 \cdot t + d = 1$ für $t=5$, d.h. $d=11,5\text{mg}$.

Viel Erfolg!