2. Schularbeit 6CR **16. 1. 2015**
Teil 1 – Kernstoff:

1) (1 Punkt) Gegeben sind die Funktionen f(x) = $2x^3$ und g(x) = $2x^3$ – 2. Kreuze die zutreffenden Aussagen an!

□ f(x) und g(x) sind achsensymmetrisch ■ g(x) ist streng monoton steigend
□ f(x) und g(x) sind ungerade Funktionen □ f(x) besitzt ein lokales Maximum

Achtung: f(x) ist eine ungerade Funktion, g(x) nicht. Es gilt nämlich nicht: f(-x) = - f(x)!!

2) (1 Punkt) Die Funktion $\frac{2}{x-c}$ besitzt bei x= -2 eine Polstelle. Bestimme die Funktionsgleichung!

Wegen x – c = 0 für x= -2 gilt: -2 – c = 0 und c= -2! Daher: f(x) = $\frac{2}{x+2}$

3) (2 Punkte) Kreuze die zutreffenden Aussagen an und bestimme die Definitionsmenge!

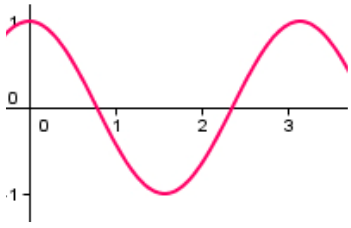
	f(x) = $4x^2$	$f(x) = \frac{1}{x}$	f(x) = $-x^3$	f(x) = $-\frac{1}{x^2}$
monoton fallend für x>0	**nein**	**ja**	**ja**	**nein**
monoton steigend für x>0	**ja**	**nein**	**nein**	**ja**
Definitionsmenge	**D=R**	**D=R \ {0}**	**D=R**	**D=R \ {0}**

4) (1 Punkt) Eine allgemeine Sinusfunktion ist durch die Gleichung f(x) = a · sin (b · x), a, b∈R gegeben. Erkläre die Bedeutung der Parameter a und b!

a: **gibt die Amplitude an** b: **gibt die Frequenz an**

5) (1 Punkt)

Bestimme alle globalen und lokalen Extremstellen der Funktion f(x) = cos(2x) im Intervall [0, π]!



f(x)=cos (2x) hat nebenstehenden Verlauf:
Daher gibt es drei Extremstellen, nämlich E_1(0 | 1), E_2(π/2 | -1) und E_3(π, 1). Im Intervall [0, π] sind E_1 und E_3 globale Maxima (am Rand des Intervalls), E_2 ist globales und gleichzeitig lokales Minimum!

6) (1 Punkt)

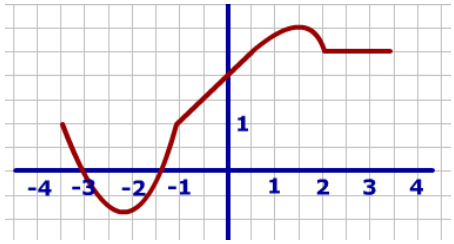
Eine exponentiell wachsende Bakterienkolonie verdoppelt ihre Anzahl alle 2 Stunden. In welchem Zeitraum wächst sie auf das Zehnfache des Anfangswerts? Rechne näherungsweise ohne Logarithmen!

Es gilt: $2B_0 = B_0 \cdot q^2$ und daher $q=\sqrt{2}$, das Wachstumsgesetz lautet: $B_t = B_0 \cdot \sqrt{2}^t$. Damit $B_t = 10 \cdot B_0$ gilt, muss: $\sqrt{2}^t = 10$ sein. Man erhält näherungsweise t=6,65 Stunden.

7) (2 Punkte)

a) Gib für die vorgegebenen Intervalle die Monotonie der dargestellten Funktion an!

[-2; 0] str. m. st. [-1; 1] str. m. st. [2; 3] monoton



b) Bestimme alle globalen und lokalen Extremstellen im Intervall [-3, 3]!
Lokales Minimum E_1(-2,3;-0,8), lokales Maximum E_2 (1,5; 3)
Beide Extremwerte sind auch globale Extremwerte.

8) (1 Punkt) Wie ändert sich der Graph einer Funktion f(x), wenn man die Funktionsgleichung von f(x) zu f(x) + c bzw. zu c · f(x) ändert?
f(x) + c: Graph ist entlang der y-Achse um c Einheiten parallel verschoben.
c · f(x) : Funktionswerte werden um den Faktor c „gestreckt" – d.h. bei linearen Fkt: steiler, bei Potenzfunktionen ebenfalls steiler, für c= -1 wird die Funktion an der x-Achse gespiegelt

9) (2 Punkte) Erkläre den Begriff „Halbwertszeit" im Zusammenhang mit exponentiellen Abnahmevorgängen! Bei der Reaktorkatastrophe in Tschernobyl im Jahre 1986 traten auch große Mengen des überaus gefährlichen radioaktiven Jod-131 aus. Von Jod-131 zerfallen täglich ca. 8% der vorhandenen Masse. Berechne (näherungsweise) die Halbwertszeit von Jod-131!

Es gilt allgemein für die Menge M radioaktiven Jod-131:
$M_t = M_0 \cdot q^t$ mit q=0,92. Die Halbwertszeit ist jener Zeitraum, in dem die Hälfte der Anfangsmenge bereits zerfallen ist. Es gilt: $^1/_2 = q^t$. Die Halbwertszeit erhält man daher näherungsweise aus: $^1/_2 = 0{,}92^t$ als t=8,3 Tage!

Hinweise:
- **Teil 1** prüft „das Wesentliche" ausgewählter Themenbereiche. Die Aufgaben in Teil 1 werden mit insgesamt 12 Punkten bewertet, jede Teilaufgabe mit 1 Punkt. Um eine positive Beurteilung zu erhalten, sind in jedem Fall zumindest $^2/_3$ der Punkte in diesem Bereich - das sind 8 Punkte - zu erreichen.
- **Teil 2** folgt und wird getrennt von Teil 1 bearbeitet.

2. Schularbeit - 6CR **16. 1. 2015**

2. Teil – Erweiterungsstoff:

Die mit (*) gekennzeichneten Aufgaben 1a und 2a enthalten Kompensationspunkte für die Aufgaben des 1. Teils und können ergänzend zu Teil 1 bearbeitet werden!

1) (4 Punkte) Das Medikament Mathesin enthält den Wirkstoff Funktionid, der vom Körper eines Patienten mit einer Halbwertszeit von 2 Stunden abgebaut und ausgeschieden wird.

a)(*) Stelle die Gleichung des Abbaugesetzes auf! Wieviel Prozent des Wirkstoffs werden pro Stunde abgebaut?

Für die Funktionid – Konzentration F(t) zum Zeitpunkt t gilt: $F(t)=F_0 \cdot q^t$ mit $F(t) = ^1/_2 \cdot F_0$ für t=2, daher gilt:

$q=\sqrt{\frac{1}{2}}$ =0,707. Das Abbaugesetz lautet daher: $F_t = F_0 \cdot 0{,}707^t$. Pro Stunde werden daher ca. 30% des noch vorhandenen Wirkstoffs abgebaut!

b) Derzeit trägt der Patient Armin Schlucker einen Wirkstoffspiegel von 200 mg Funktionid in seinem Körper. Wie lange dauert es ungefähr, bis er nur mehr 50 mg Funktionid im Körper hat?

$50 = 200 \cdot 0{,}707^t$ und daher: $^1/_4 = 0{,}707^t$ und daraus t=4, es dauert 4 Stunden.

c) Der Arzt hat angeordnet, dass er seine nächste Tablette in 9 Stunden (ab jetzt) einnehmen muss. Wie hoch wäre der Funktionidspiegel in seinem Körper nach der Aufnahme dieser zweiten Tablette?

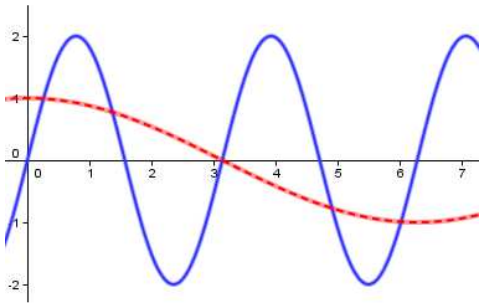
$F_9 = 200 \cdot 0.707^9 = 8{,}84\text{mg}$ +Menge der 2. Tablette!

d) Armin Schlucker hält sich nicht an die Anordnungen des Arztes und nimmt keine weitere Tablette mehr (weil er sich exponentiell gut erholt). Wie lange dauert es ungefähr (ab jetzt) bis das Medikament nicht mehr im Körper des Patienten nachgewiesen werden kann, wenn die Nachweisgrenze für Funktionid bei 1 mg liegt?

$F_t = F_0 \cdot 0.707^t$ mit $F_0 = 200\text{mg}$ und $F_t < 1\text{mg}$. Daher: $200 \cdot 0{,}707^t = 1$ und daraus ca. t=15,3 Stunden!

2) (4 Punkte)

a)(*) Skizziere den Verlauf der Funktionen $f(x) = 2 \cdot \sin(2x)$ und $g(x) = \cos(x/2)$ im Intervall $[0, 2\pi]$



b) Gib alle Nullstellen von f(x) im Intervall $[0, 2\pi]$ an!

Nullstellen bei $N_1(0, 0)$, $N_2(\pi/2, 0)$, $N_3(\pi, 0)$, $N_4(3\pi/2, 0)$ und $N_5(2\pi, 0)$

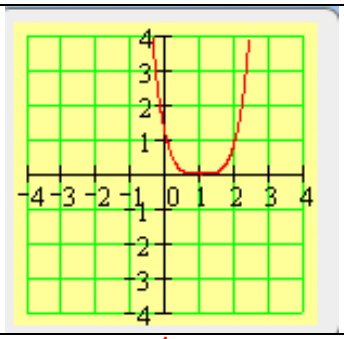
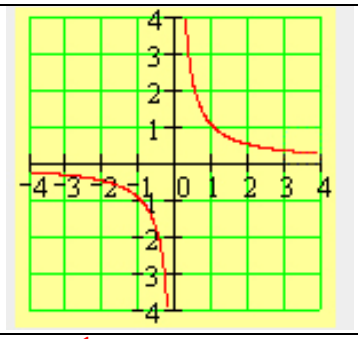
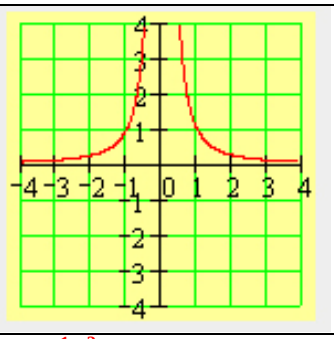
c) Bestimme alle lokalen Maximumwerte für g(x) im Intervall $[0,2\pi]$!

Die Extremwerte $E_1(0, 1)$ und $E_2(2\pi, -1)$ sind im Intervall $[0, 2\pi]$ Randextrema und daher globale Extremwerte. Es gibt keine lokalen Extremwerte im Intervall $[0, 2\pi]$.

d) Gibt es Intervalle, in denen beide Funktionen dasselbe Monotonieverhalten zeigen? Wenn ja, gib diese Intervalle an!

Ja, z.B. $[\pi/4; 3\pi/4]$ und $[5\pi/4; 7\pi/4]$

3) (4 Punkte) Ordne die Gleichungen $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = (x - 1)^4$ den dargestellten Graphen zu und ergänze die folgende Tabelle!

			
Funktionsgleichung	**$f(x) = (x - 1)^4$**	**$f(x) = 1/x$**	**$f(x) = 1/x^2$**
Definitionsmenge	**D=R**	**D=R \ {0}**	**D=R \ {0}**
Symmetrie	**Keine Achsensymmetrie, Symmetrieachse wäre x=1**	**punktsymmetrisch**	**Symmetrisch zur f(x) Achse.**
Polstellen	**Keine Polstellen**	**Polstelle bei x=0**	**Polstelle bei x=0**

Viel Erfolg!