

3. Schularbeit

18. 3. 2010

4A

1) Bestimme die Definitionsmenge und löse die folgenden Gleichungen!

a)

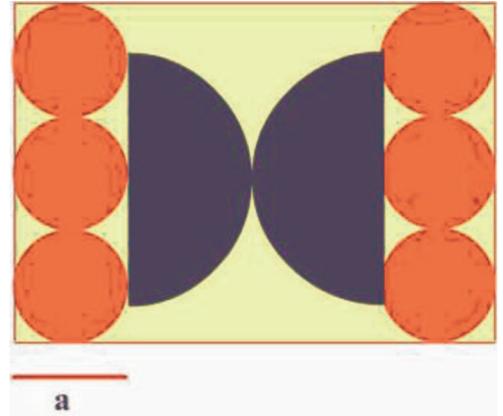
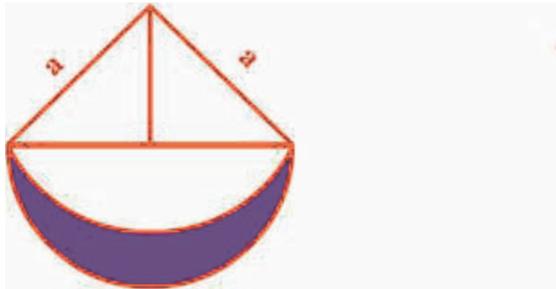
$$\frac{x-1}{(x+1)^2} = \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$$

b)

$$\frac{x+2}{2-x} + \frac{x-2}{2+x} = \frac{-8x}{x^2-4}$$

2) Aus einem rechteckigen Blechstück werden Kreisstücke folgender Form gestanzt (siehe Skizze). Berechne die Restfläche!

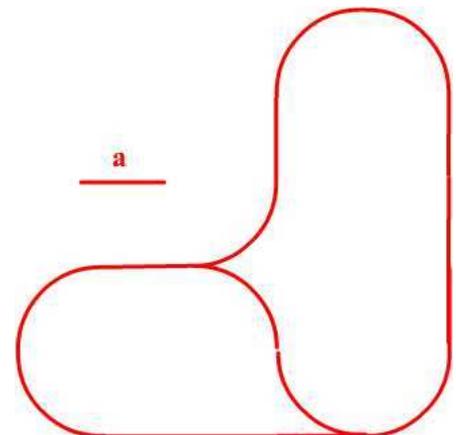
3)



Stelle eine Formel für die schraffierte „Mondsichelfläche“ auf und erkläre alle Rechenschritte!

4) Berechne die Länge der dargestellten Modelleisenbahnstrecke für $a=20\text{cm}$!

[1)a) 4P. b) 4P. 2) 4P. 3) 4P. 4) 4P.]



Lösungen:

1) a)

$$\frac{x-1}{(x+1)^2} = \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$$

$$\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2 \cdot (x-1)} = \frac{(x+1) \cdot (x+1) - 2 \cdot (x+1)}{(x+1)^2 \cdot (x-1)} \quad | \cdot N$$

$$x^2 - 2x + 1 = x^2 + 2x + 1 - 2x - 2$$

$$-2x + 1 = -1$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

Daher: keine Lösung, da 1 nicht in der Definitionsmenge enthalten ist!

b)

$$\frac{x+2}{2-x} + \frac{x-2}{2+x} = \frac{-8x}{x^2-4}$$

$$\frac{-x-2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{-8x}{x^2-4}$$

$$\frac{(-x-2) \cdot (x+2) + (x-2) \cdot (x-2)}{x^2-4} = \frac{-8x}{x^2-4} \quad | \cdot N$$

$$-x^2 - 4x - 4 + x^2 - 4x + 4 = -8x$$

$$-8x = -8x$$

$$0 = 0$$

unendliche Lösung!

2)

Der Radius eines kleinen Kreises beträgt $r_1 = a/2$, der Radius eines großen Kreises beträgt $r_2 = a$. Daher ist die Fläche

der 6 kleinen Kreise $A_1 = 6 \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{3}{2} a^2 \cdot \pi$ und jene der beiden großen Halbkreise:

$A_2 = a^2 \cdot \pi$. Daher beträgt die Restfläche: $A = 12a^2 - \frac{5}{2} a^2 \cdot \pi = a^2 \cdot (12 - \frac{5}{2} \pi)$.

3) Die Mondsichelfläche berechnet man aus:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} \cdot \sqrt{2}\right)^2 \cdot \pi - \left(\frac{a^2 \cdot \pi}{4} - \frac{a^2}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \pi - \frac{a^2 \cdot \pi}{4} + \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}$$

4) Die Länge der Modelleisenbahnstrecke beträgt:

$$U = 8 \cdot \frac{2 \cdot a \cdot \pi}{4} + 8a = 4a\pi + 8a = 4a \cdot (\pi + 2), \text{ das sind für } a=20\text{cm: } U=411,33\text{cm.}$$