2. Schularbeit

21.1.2010

4A

1) Vereinfache die folgenden Terme!

$$a) \frac{1}{x^2 + 3x} - \frac{2}{x^2 - 9} - \frac{1}{x^2 - 3x} =$$

$$b) \left(\frac{x+2y}{x+y} - \frac{x+y}{x} \right) : \frac{y}{x^2 - y^2} =$$

2) a) Leite die Flächenformel $A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$ für ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge a her und erkläre sie anhand einer Skizze!

b) Welchen Flächeninhalt hat ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 4a?

3) Von einer regelmäßigen quadratischen Pyramide kennt man die Länge der Körperhöhe $h=28$ mm und die Höhe einer Seitenfläche $h_1=35$ mm.

a) Berechne die Längen der Grundkante a sowie der Seitenkante s!

b) Berechne für diese quadratische Pyramide das Volumen und die Oberfläche!

4) Die Oberfläche eines Tetraeders beträgt 324cm^2 .

a) Berechne die Länge der Kante a!

b) Berechne die Länge der Körperhöhe h!

[1)a) 3P. b) 3P 2)a) 2P. b) 2P. 3)a) 3P. b) 3P. 4)a) 2P. b) 2P.]

Lösungen:

$$\begin{aligned} 1) \text{ a) } & \frac{1}{x^2+3x} - \frac{2}{x^2-9} - \frac{1}{x^2-3x} = \\ & = \frac{1}{x \cdot (x+3)} - \frac{2}{(x+3) \cdot (x-3)} - \frac{1}{x \cdot (x-3)} = \\ & = \frac{x-3-2x-(x+3)}{x \cdot (x+3) \cdot (x-3)} = \frac{-6-2x}{x \cdot (x+3) \cdot (x-3)} = \\ & = \frac{-2 \cdot (3+x)}{x \cdot (x+3) \cdot (x-3)} = \frac{-2}{x \cdot (x-3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \left(\frac{x+2y}{x+y} - \frac{x+y}{x} \right) : \frac{y}{x^2-y^2} = \\ & = \left(\frac{x \cdot (x+2y) - (x+y)^2}{x \cdot (x+y)} \right) \cdot \frac{(x+y) \cdot (x-y)}{y} = \\ & = \left(\frac{x^2+2xy-x^2-2xy-y^2}{x \cdot (x+y)} \right) \cdot \frac{(x+y) \cdot (x-y)}{y} = \\ & = \left(\frac{-y^2}{x \cdot (x+y)} \right) \cdot \frac{(x+y) \cdot (x-y)}{y} = \frac{-y(x-y)}{x} \end{aligned}$$

2) a) Für die Höhe h im gleichseitigen Dreieck gilt nach dem pythagoräischen Lehrsatz:

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}. \text{ Für den Flächeninhalt gilt daher:}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}.$$

b) Für ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $4a$ gilt daher: $h = 2a \cdot \sqrt{3}$ und

$$A = \frac{(4a)^2}{4} \cdot \sqrt{3} = 4a^2 \cdot \sqrt{3}.$$

3) a) Für $h=28$ mm und $h_1=35$ mm berechnet man:

$$\frac{a}{2} = \sqrt{h_1^2 - h^2} = \sqrt{35^2 - 28^2} = 21 \text{ mm}, \text{ daher: } a=42 \text{ mm.}$$

$$s = \sqrt{h_1^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{35^2 + 21^2} = 40,82 \text{ mm}.$$

b) Für das Volumen gilt: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 42^2 \cdot 28 = 16464 \text{ mm}^3$.

Für die Oberfläche gilt: $O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_1 = 42^2 + 2 \cdot 42 \cdot 35 = 4704 \text{ mm}^2$.

4) a) Für die Oberfläche eines Tetraeders gilt:

$$O = 4 \cdot \frac{a}{2} \cdot h_1 = 2 \cdot a \cdot h_1. \text{ Für } h_1 \text{ gilt: } h_1 = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}. \text{ Daher gilt:}$$

$$O = 4 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = a^2 \cdot \sqrt{3} = 324, \text{ daher gilt: } a=13,68 \text{ cm.}$$

b) Für die Körperhöhe h gilt:

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{3} \cdot \sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{3}} = a \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = 11,17 \text{ cm}.$$