4. Schularbeit

5C 29.5.2008

1) a) Berechne für das Dreieck A(7, 1), B(13, 9), C(-2, 14) den Höhenschnittpunkt!
b) Zeige durch Rechnung, dass dieses Dreieck gleichschenklig ist!
c) Teile die Strecke BC im Verhältnis 3:2 und berechne die Koordinaten des inneren Teilungspunktes!
d) Berechne die Länge der Höhe h_c und damit den Flächeninhalt des Dreiecks mit Hilfe der Vektorrechnung!

2) Spiegle im Dreieck A(2, 4) B(-2, 8), C(-4, -4) den Eckpunkt C an der Seite c und berechne die Koordinaten des gespiegelten Punktes!

3) a) Bis zu welcher Höhe reicht eine unter einem Winkel von $\alpha=68°$ an eine Hausmauer gelehnte 12m lange Leiter?

b) In welchem Winkel muss man eine um $\frac{1}{2}$ m kürzere Leiter anlehnen, wenn man dieselbe Höhe erreichen will?

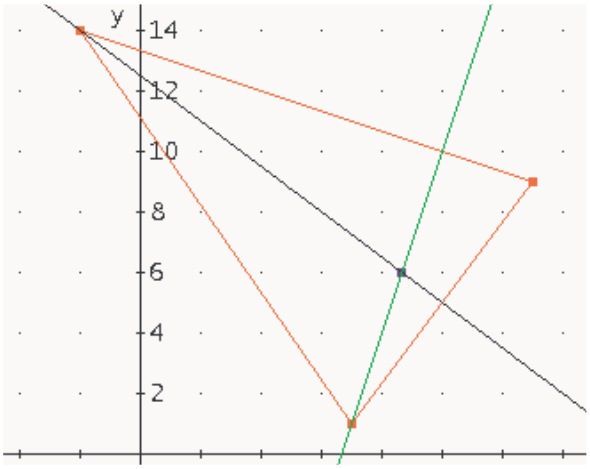
4) Vom Gipfel des Schwalbenkogels (1420m) sieht man das jenseitige Ufer des Silbersees unter einem Tiefenwinkel von $\alpha=18°$. Ein Boot, das sich in der Mitte des Sees befindet, erscheint unter einem Tiefenwinkel von $\beta=22°$.

a) In welcher Seehöhe befindet sich der Silbersee, wenn er 1,2km breit ist?
b) Unter welchem Tiefenwinkel erscheint das diesseitige Ufer vom Schwalbenkogel aus?

[1) a) 4P. b) 2P. c) 3P. d) 3P. 2) 3P. 3) a) 2P. b) 3P. 4) a) 3P. b) 3P.]

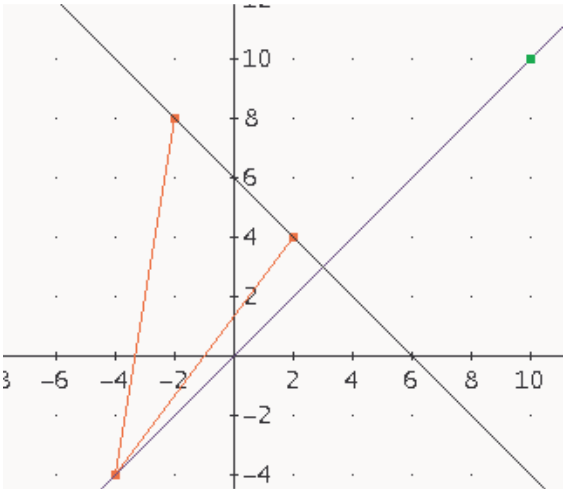
Lösungen:

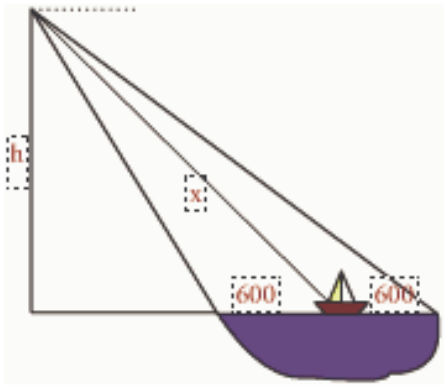
1) a)Man berechnet z.B. AB=(6, 8) und BC=(-15, 5) und damit die Gleichungen von h_c und h_a. Man erhält: h_c: 6x + 8y = 100 oder h_c: 3x + 4y = 50 und h_a: -15x + 5y = -100 oder h_a: 3x - y = 20. Schneidet man die beiden Höhe, erhält man: H ($^{26}/_3$, 6). Die folgende Skizze zeigt die Lage des Dreiecks mit dem Höhenschnittpunkt.



b) Man berechnet noch AC=(-9, 13), damit ergibt ich für |AC| = |BC| = $5 \cdot \sqrt{10}$, das Dreieck ist daher gleichschenklig!
c) Teilt man die Strecke BC innen im Verhältnis 3:2, so gilt für den Teilungspunkt T:
T=B + $^3/_5$ BC = (13, 9) + $^3/_5$ (-15, 5) = (13, 9) + (-9, 3) = (4, 12).
d) Die Gleichung der Höhe h_c lautet h_c: 3x + 4y = 50, die Gleichung der Seite c: -4x + 3y = -25. Ihr Schnittpunkt liegt bei F(10, 5). Damit gilt für die Länge von h_c: |FC| = |(-12, 9)|=15. Wegen |AB| = 10 gilt für den Flächeninhalt A=$^1/_2$ ·150 = 75 Flächeneinheiten!

2) Im Dreieck A(2, 4) B(-2, 8), C(-4, -4) gilt: AB=(-4, 4). Damit gilt für die Seite c: x + y = 6. Die Gleichung einer Normalen auf c durch C (das ist h_c !) lautet daher: -x + y = 0.
Schneidet man diese beiden Geraden, erhält man F(3, 3). Für den gespiegelten Punkt C_1 gilt daher: C_1 = F + CF =
(3, 3) + (7, 7) = (10, 10). Die folgende Skizze zeigt die Lage des gespiegelten Punktes!



3) a) Es gilt: sin (68°) = $^h/_{12}$ und daher: h= 12 sin (68°) = 11,126m.
b) Es gilt jetzt sin (α) = 11,126 / 11,5 und daraus berechnet man α=75,3517°.

4) Aus der nebenstehenden Skizze erkennt man, dass man die Länge x mit Hilfe des Sinussatzes folgend berechnen kann. Es gilt:
$\frac{600}{\sin(4°)} = \frac{x}{\sin\alpha}$. Daraus folgt x=2657,96m. Damit kann man h aus der Beziehung: $\sin\beta = \frac{h}{x}$ berechnen. Man erhält h=995,69m. Daher liegt der Silbersee in einer Seehöhe von 424,31m. Um den Tiefenwinkel zum diesseitigen Ufer zu bestimmen, berechnet man zunächst die waagrechte Entfernung des Bootes vom Berg. Für diese Länge y gilt: $\tan\beta = \frac{h}{y}$. Man erhält: y=2464,42m. Für den gesuchten Tiefenwinkel γ gilt dann:
$\tan\gamma = \frac{h}{y-600}$. Man erhält: γ=28,104°.