

3. Schularbeit

5C

4.4.2008

- 1) a) Berechne für das Dreieck $A(4, 2)$, $B(10, 10)$, $C(-5, 15)$ den Höhenschnittpunkt!
b) Zeige durch Rechnung, dass dieses Dreieck gleichschenkelig ist!
c) Zeige, dass der Höhenschnittpunkt die Höhe h_c im Verhältnis 1:8 teilt!
d) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks mit Hilfe der Vektorrechnung!

- 2) a) Bestimme im Dreieck $A(-3, 2)$, $B(4, 6)$ $C(5, y)$ die fehlende Koordinate des Eckpunktes C so, dass das Dreieck bei A einen rechten Winkel hat!
b) Bestimme im Dreieck $A(-3, 2)$, $B(5, -4)$ $C(-9, 10)$ die Gleichung der Winkelsymmetrale für den Winkel α !

- 3) a) Spiegle den Punkt X $(11, -3)$ an der Geraden $g: 2x - 3y = 5$ und berechne die Koordinaten des gespiegelten Punktes. Kontrolliere Deine Rechnung durch eine Zeichnung!
b) Teile die Strecke AB durch $A(2, -3)$, $B(-4, 7)$ außen im Verhältnis 3:5 und berechne den äußeren Teilungspunkt!
[1) a) 4P. b) 2P. c) 3P. d) 2P. 2) a) 2P. b) 3P. 3) a) 3P. b) 3P.]

Lösungen:

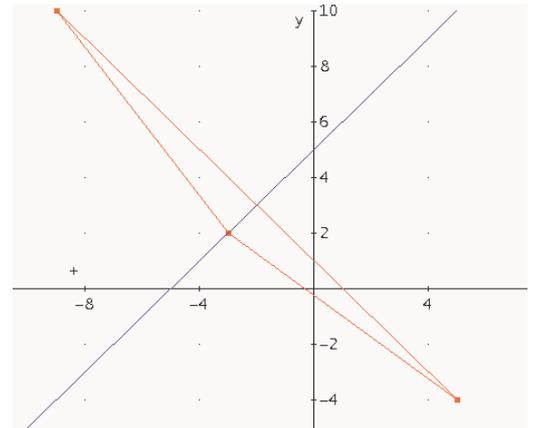
- 1) a) Für den Höhenschnittpunkt berechnet man z. B. die beiden Höhen h_c : $3x + 4y = 45$ und h_b : $9x - 13y = -40$ und daraus $H(\frac{17}{3}, 7)$.
 b) Für die Strecken AC und BC gilt: $AC=BC = 5 \cdot \sqrt{10}$.
 c) Da das Dreieck gleichschenkelig ist, muss der Fußpunkt der Höhe der Mittelpunkt M der Strecke AB sein. Man erhält $M(7, 6)$. Wenn H die Höhe h_c , d.h. die Strecke MC im Verhältnis 1:8 teilen soll, muss gelten: $H=M+\frac{1}{9} MC = (7, 6) + \frac{1}{9}(-12, 9) = (7, 6) + (-\frac{4}{3}, 1) = (\frac{17}{3}, 7)$, womit das Teilungsverhältnis bewiesen ist!
 d) Für den Flächeninhalt bestimmt man noch die Länge der Seite c. Man erhält $c=10$. $h_c = |MC| = 15$ und damit den Flächeninhalt $A=75$ Flächeneinheiten.

- 2) a) Es gilt: $AB=(7, 4)$, $AC=(8, y-2)$. Mit $AB \cdot AC = 0$ erhält man: $4(y+12) = 0$ und daher $y=-12$. C hat daher die Koordinaten $C(5, -12)$

b) Die Einheitsvektoren AB_0 und AC_0 lauten: $AB_0 = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix}$,

für $AC_0 = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Damit ergibt sich für den Richtungsvektor der Winkelsymmetrale der Vektor $w_a = (2, 2)$. Die Winkelsymmetrale hat daher die Gleichung: $w_a: X=(-3, 2) + s(2, 2)$. Die Skizze zeigt den Verlauf der Winkelsymmetrale.



- 3) a) Man stellt zunächst eine Gerade normal auf g durch X auf. Diese Gerade hat die Gleichung: $3x + 2y = 27$. Schneidet man g mit dieser Normalen, erhält man den Fußpunkt $F(7, 3)$. Für den Spiegelpunkt X_1 erhält man daher:

$$X_1 = F + XF = (7, 3) + (-4, 6) = (3, 9).$$

- b) Für den äußeren Teilungspunkt T_a erhält man:

$$T_a = A - \frac{3}{2} AB = (2, -3) - \frac{3}{2}(-6, 10) = (2, -3) - (-9, 15) = (11, -18).$$

