3. Schularbeit

4C / Gruppe A 9. 4. 2008

1)

a) $\left(\frac{x+2y}{x+y}-\frac{x+y}{x}\right):\frac{y}{x^2-y^2}=$ b) Löse die Gleichung: $\frac{2}{x+2}+\frac{1}{x-1}=\frac{3}{x}$

2) Aus einem Krug, der die Form eines Zylinders mit dem Radius r=8cm und der Höhe h=18cm hat, wird Wein in Gläser gefüllt. Der Hohlraum eines solchen Glases lässt sich durch einen Kegel mit dem Radius r_1=3,5cm und der Höhe h_1=10cm beschreiben.

a) Wieviele Gläser können mit dem voll gefüllten Krug randvoll gefüllt werden?

b) Um wie viel Gläser mehr können mit dem vollen Krug gefüllt werden, wenn jedes Glas nur bis 0,5cm unter den oberen Rand gefüllt wird?

c) Welche Glasfläche wird bei einem voll gefüllten Glas von Wein benetzt?

3) Bei einem Zylinder beträgt das Verhältnis von Radius zu Höhe 2:5, sein Volumen beträgt $540\pi\ cm^3$.

a) Berechne Radius und Höhe des Zylinders sowie seine Oberfläche!

b)Das Volumen eines Kegels, der denselben Radius wie der Zylinder hat, ist nur halb so groß. Welche Höhe hat der Kegel? Berechne auch seine Oberfläche!

[1) a) 4P. b) 4P. 2) a) 3P. b) 3P. c) 2P. 3) a) 3P. b) 3P.]

3. Schularbeit

4C / Gruppe B 9. 4. 2008

1)

a) $\left(\frac{x-y}{x}-\frac{x-2y}{x-y}\right)\cdot\frac{x^2-y^2}{y}=$ b) Löse die Gleichung: $\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x+4}$

2) Aus einer Kaffeekanne, die die Form eines Kegels mit dem Radius r=8cm und der Höhe h=24cm hat, wird Kaffee in Tassen gefüllt. Der Hohlraum einer solchen Tasse lässt sich durch einen Zylinder mit dem Radius r_1=3cm und der Höhe h_1=5cm beschreiben.

a) Wieviele Tassen können mit der voll gefüllten Kanne randvoll gefüllt werden?

b) Um wie viel Tassen mehr können mit der vollen Kanne gefüllt werden, wenn jede Tasse nur bis 0,5cm unter den oberen Rand gefüllt wird?

c) Welche Fläche wird bei einer voll gefüllten Tasse benetzt?

3) Bei einem Kegel beträgt das Verhältnis von Radius zu Höhe 3:5, sein Volumen beträgt $405\pi\ cm^3$.

a) Berechne Radius und Höhe des Kegels sowie seine Oberfläche!

b)Das Volumen eines Zylinders, der denselben Radius wie der Kegel hat, ist doppelt so groß. Welche Höhe hat der Zylinder? Berechne auch seine Oberfläche!

[1) a) 4P. b) 4P. 2) a) 3P. b) 3P. c) 2P. 3) a) 3P. b) 3P.]

Lösungen:
Gruppe A:

1) a)

$$\left(\frac{x+2y}{x+y}-\frac{x+y}{x}\right):\frac{y}{x^2-y^2}=\left(\frac{x\cdot(x+2y)-(x+y)^2}{x\cdot(x+y)}\right)\cdot\frac{x^2-y^2}{y}=$$

$$\left(\frac{x^2+2xy-x^2-2xy-y^2}{x\cdot(x+y)}\right)\cdot\frac{x^2-y^2}{y}=\left(\frac{-y^2}{x\cdot(x+y)}\right)\cdot\frac{x^2-y^2}{y}=\frac{-y\cdot(x-y)}{x}$$

b) $\frac{2}{x+2}+\frac{1}{x-1}=\frac{3}{x}$

$$\frac{2x\cdot(x-1)+x\cdot(x+2)}{x\cdot(x+2)\cdot(x-1)}=\frac{3\cdot(x+2)\cdot(x-1)}{x\cdot(x+2)\cdot(x-1)}$$

$$\frac{2x^2-2x+x^2+2x}{x\cdot(x+2)\cdot(x-1)}=\frac{3x^2+3x-6}{x\cdot(x+2)\cdot(x-1)}$$

$0=3x-6$

x=2

2) a) $V_{Zyl} = 8^2\,\pi\cdot 18=1152\,\pi\ cm^3$

$V_{Keg.} = 3{,}5^2\,\pi\cdot 10 / 3 = \frac{245}{6}\pi\ cm^3$. Daher können 28 Gläser randvoll gefüllt werden!

b) $V_{Keg.} = 3{,}325^2\,\pi\cdot 9{,}5 / 3 = 109{,}99 cm^3$. Daher können 32 Gläser gefüllt werden, also um 4 mehr! (Beachte: Man erhält r aus (9,5· 3,5) / 10!)

c) s= $\sqrt{3{,}5^2+10^2}=$ 10,5948cm, daher Mantelfläche: M=3,5 $\pi\cdot$10,5948=116,496cm^2.

3) a)

r: h = 2:5, daher 2h = 5r oder h= $^5/_2$ r. Daraus folgt : V= $r^2\cdot\pi\cdot\frac{5}{2}r=540\pi$. Daraus ergibt sich r=6cm und h=15cm. Die Oberfläche beträgt daher: O=252·π cm^2.

b) $V_{Keg.} = \frac{1}{3}\cdot 6^2\pi h=270\pi$, daraus folgt: h=22,5cm. Daraus berechnet man s=$\sqrt{6^2+22{,}5^2}=23{,}286cm$ und O=6π(6+23,286) = 552,03cm^2.

Gruppe B:

1) a) $\left(\frac{x-y}{x}-\frac{x-2y}{x-y}\right)\cdot\frac{x^2-y^2}{y}=\left(\frac{(x-y)^2-x\cdot(x-2y)}{x\cdot(x-y)}\right)\cdot\frac{x^2-y^2}{y}=$

$$\left(\frac{x^2-2xy+y^2-x^2+2xy}{x\cdot(x-y)}\right)\cdot\frac{x^2-y^2}{y}=$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)\cdot\frac{x+y}{1}=\frac{y\cdot(x+y)}{x}.$$

b)

$$\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x+4}$$

$$\frac{2x\cdot(x+4)-(x+1)\cdot(x+4)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+4)}=\frac{x\cdot(x+1)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+4)}$$

$$\frac{2x^2+8x-x^2-5x-4}{x\cdot(x+1)\cdot(x+4)}=\frac{x^2+x}{x\cdot(x+1)\cdot(x+4)}$$

3x – 4 = x

x = 2

2) a) $V_{Keg.} = 8^2\,\pi \cdot 24 / 3 = 512\pi\ cm^3$. $V_{Zyl} = 3^2\,\pi \cdot 5 = 45\,\pi\ cm^3$. Daher können 11 Tassen randvoll gefüllt werden!
b) $V_{Zyl} = 3^2\,\pi \cdot 4{,}5 = {}^{81}/_{2}\,\pi\ cm^3$. . Daher können 12 Tassen randvoll gefüllt werden, eine mehr!
c) Benetzte Fläche = Grundfläche + Mantel des Zylinders: $A = 39\pi cm^2$.

3)a) r: h = 3: 5, daher 5r = 3h oder $h = {}^5/_3\, r$.
$V_{Keg.} = {}^1/_3\, r^2\,\pi\, {}^5/_3\, r = 405\,\pi$. Daraus berechnet man r=9 und h=15. s = 17,4929cm und $O = 749{,}07 cm^2$.
b) $V_{Zyl.} = 9^2\,\pi\, h = 810\,\pi$, daraus folgt: h=10cm und $O = 342\,\pi\ cm^2$.