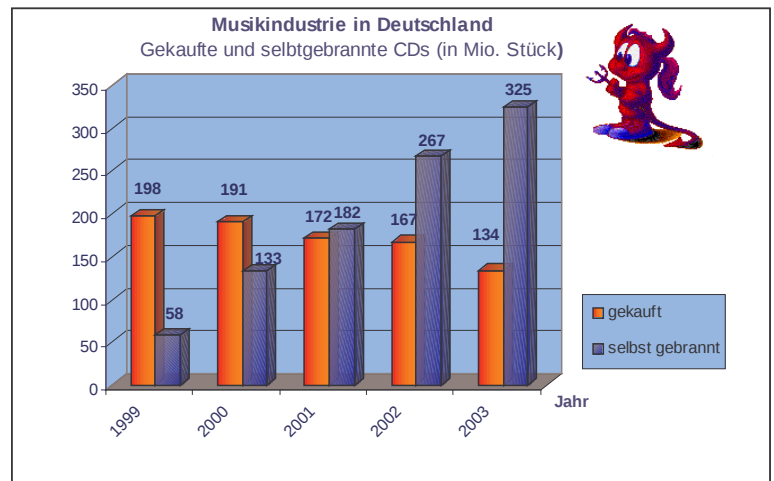


2. Schularbeit

6C

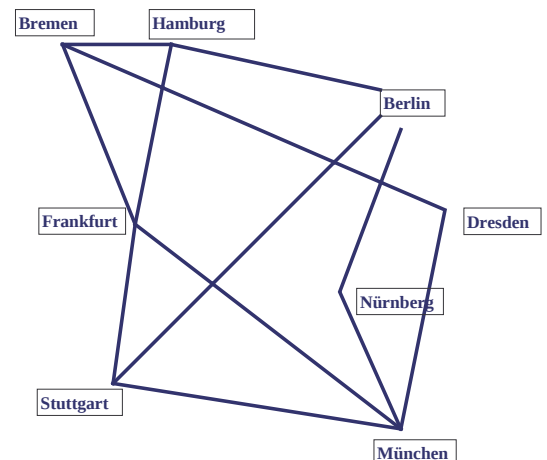
24.1.2006

- 1) Die nebenstehende Graphik zeigt die Entwicklung der Musikindustrie in Deutschland (laut Phonoverband, 2004).



- a) Erstelle für den angegebenen Zeitraum die Modellgleichungen für gekaufte bzw. selbstgebrannte CDs anhand eines linearen sowie eines nichtlinearen Wachstumsmodells und interpretiere die Modelle!
- b) Erstelle mit beiden Modellen eine Prognose für die Anzahl selbst gebrannter CDs im Jahre 2010! Wie realistisch sind die berechneten Werte?
- c) Wann ist bei Annahme einer nichtlinearen Entwicklung damit zu rechnen, dass weniger als 1 Mio. CDs gekauft werden?
- d) Skizziere die Entwicklung der selbstgebrannten CDs mit Hilfe des nichtlinearen Modells für den Zeitraum 2004 / 2007! Wie stark weicht die Entwicklung von jener der Jahre 1999 / 2003 ab?
- 2) Nach einem Unglücksfall in einer Chemiefabrik gelangten 1,5 Tonnen Schadstoffe in einen nahegelegenen See. Im Durchschnitt kann man mit einer monatlichen Abbaurate der Schadstoffe von 3,5% rechnen.
- a) Stelle eine Modellgleichung auf, die den Schadstoffabbau beschreibt und berechne die Schadstoffmenge nach 1 Jahr?
- b) Nach welcher Zeit ist die Schadstoffmenge auf 20% gesunken?
- c) Zum allgemeinen Erstaunen maß man schon nach 8 Monaten nur noch eine Schadstoffmenge von etwa 350kg. Wie groß war die tatsächliche Abbaurate?
- 3) Zur Finanzierung eines Neuwagen wird ein Kredit in der Höhe von 30000€ aufgenommen. Der jährliche Zinssatz beträgt 6%. Der Kredit soll in vierteljährlichen Raten von je 800€ zurückgezahlt werden.
- a) Wie lange dauert die Rückzahlung?
- b) Wie hoch ist der Gesamtaufwand für den Kredit!

- 4) Der folgende Graph zeigt mögliche Flugverbindungen zwischen deutschen Städten:
- a) Gib es einen Eulerschen Weg? (Begründung!)
- b) Findest Du auch einen Hamiltonkreis? (Begründung!)



- [1) a) 3P. b) 2P. c) 1P. d) 2P. 2) a) 2P. b) 2P. c) 2P. 3) a) 2P. b) 2P. 4) a) 2P. b) 2P.]

Lösungen:

- 1) a) Für das lineare Modell berechnet man einen konstanten mittleren jährlichen Zuwachs von $k_1 = -16$ für gekaufte und von $k_2 = 66,75$ für selbst gebrannte CDs.

Daraus ergeben sich folgende Modellgleichungen für die Menge M der CDs:

$$M_1(t) = 198 - 16 \cdot t \text{ und } M_2(t) = 58 + 66,75 \cdot t \text{ mit } t=0 \text{ für 1999.}$$

Für das nichtlineare Modell mit konstanten prozentuellen Wachstumsraten erhält man $q_1 = 0,907$ und $k_2 = 1,539$. Daraus ergeben sich die Modellgleichungen $M_3(t) = 198 \cdot 0,907^t$ und $M_4(t) = 58 \cdot 1,539^t$ mit $t=0$ für 1999.

Bei beiden Modellen zeigt sich ein deutlicher Rückgang der gekauften sowie ein rasanter Zuwachs bei den selbst gebrannten CDs.

- b) Prognose für 2010:

Man ermittelt für $t=11$ für das Jahr 2010 folgende Werte:

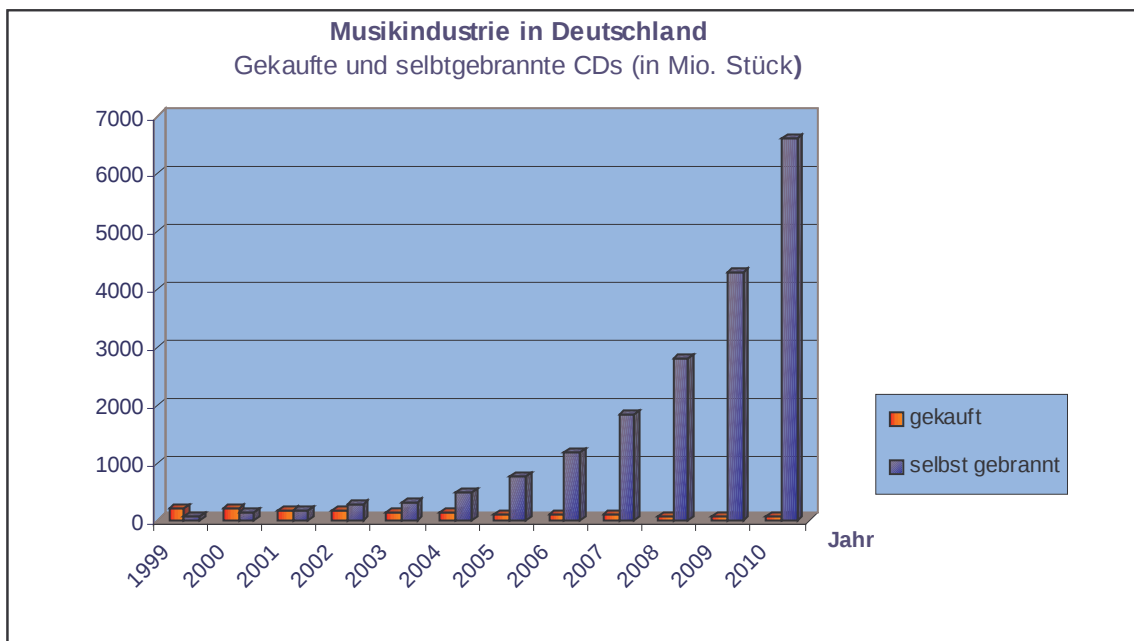
Lineares Modell: $M_1(11) = 22$ und $M_2(11) = 792,25$.

Nichtlineares Modell: $M_3(11) = 67,67$ und $M_4(11) = 6632,55$. Der letzte Wert erscheint schon etwas unrealistisch!

- c) Rechnerisch bedeutet dies, die Gleichung $M_3(t) = 1$ zu lösen. Das heißt, $t = -\frac{\ln(198)}{\ln(0,907)} = 54,18$

Nach ca. 54 Jahren ist damit zu rechnen!

- d) Das folgende Diagramm zeigt die Entwicklung der CDs bei Annahme eines nichtlinearen Wachstumsmodells:



- 2) a) Für das Schadstoffabnahmemodell ergibt sich: $S(t) = 1500 \cdot 0,965^t$, wobei t in Monaten gemessen wird. Nach 1 Jahr beträgt die Schadstoffmenge dementsprechend: $S(12) = 978,18\text{kg}$.

- b) Dazu berechnet man t aus der Gleichung $1 \cdot 0,965^t = 0,2$ ($1 = 100\%$, $0,2 = 20\%$!). Man erhält: $t = 45,17$ Monate oder ca. $3 \frac{3}{4}$ Jahre.

- c) Nach 8 Monaten erhielt man $S(8) = 350\text{kg}$, d.h. $350 = 1500 \cdot q^8$ und daraus erhält man $q = 0,83367$, woraus sich eine monatliche Abbaurrate von ca. $16,63\%$ ergibt.

- 3) Es gilt: $B = 30000\text{€}$, der vierteljährliche Zinssatz beträgt $1,5\%$, dementsprechend ist $q = 1,015$. Für die Restschuld gilt dann:

$$S = 30000 \cdot 1,015^n - 800 \cdot \frac{1,015^n - 1}{0,015} = 0. \text{ Formt man diese Gleichung um, erhält man:}$$

$450 \cdot 1,015^n - 800 \cdot 1,015^n + 800 = 0$. Daraus ergibt sich : $350 \cdot 1,015^n = 800$ und $n=55,52$, also fast 14 Jahre!!

b) Den Gesamtaufwand für den Kredit berechnet man mit Hilfe der Restschuld nach 55 Vierteljahren, das sind: 414,64€, die im letzten Vierteljahr nochmals verzinst werden. Der Gesamtaufwand beträgt daher 55 Raten zu je 800€ plus der letzten Zahlung von 420,86€, also 44420,86€, also nahezu die Hälfte mehr als die Kreditsumme.

4) a) Es kann keinen Eulerschen Weg geben, da mehr als 2 Ecken einen ungeraden Grad aufweisen!

b) Ja, es gibt einen Hamiltonkreis, und zwar:

Nürnberg – Berlin – Stuttgart – Frankfurt – Hamburg – Bremen – Dresden – München – Nürnberg!