

2. Schularbeit

7A / Gruppe A

28.11.2003

1) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2x^3 + 2x^2 + 3$

- Bestimme die Gleichung der Tangente im Punkt P (- 1, y)!
- Bestimme Lage und Art der Extremwerte von $f(x)$!
- An welcher Stelle hat $f(x)$ die Steigung $k = -1/2$?
- Skizziere den Verlauf der Funktion!

2) Eine Funktion vierten Grades der Form $f(x) = ax^4 + bx^3 + c$ hat den Extremwert $E_1(-2, -2)$ und geht durch den Koordinatenursprung.

- Formuliere geeignete Bedingungen und bestimme damit die Gleichung von $f(x)$.
- Überprüfe, ob $f(x)$ weitere Extremwerte besitzt und skizziere den Verlauf der Funktion!

3) a) Zeige: $f(x) = 2x^2 - 4x$ ist in ihrem gesamten Bereich linksgekrümmt!

b) Besitzt diese Funktion Wendepunkte? Wenn ja, berechne sie!

c) Begründe, weshalb jede Polynomfunktion 3. Grades höchstens zwei Extremwerte haben kann!

d) Erkläre anhand einer selbsterstellten Skizze die Bedeutung der zweiten Ableitung einer Funktion!

[1) a) 2P. b) 2P. c) 1P. d) 2P. 2) a) 3P. b) 3P. 3) a) 2P. b) 2P. c) 1P. d) 2P.]

2. Schularbeit

7A / Gruppe B

28.11.2003

1) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 3x^3 + 9x^2 - 3$

- Bestimme die Gleichung der Tangente im Punkt P (- 1, y)!
- Bestimme Lage und Art der Extremwerte von $f(x)$!
- An welcher Stelle hat $f(x)$ die Steigung $k = -9$?
- Skizziere den Verlauf der Funktion!

2) Eine Funktion vierten Grades der Form $f(x) = ax^4 + bx^3 + c$ hat den Wendepunkt $W(-2, -2)$ und geht durch den Punkt $P(0, 0)$.

- Formuliere geeignete Bedingungen und bestimme damit die Gleichung von $f(x)$!
- Berechne alle Extremwerte und skizziere den Verlauf der Funktion !

3) a) Zeige: $f(x) = -2x^2 + 4x$ ist in ihrem gesamten Bereich rechtsgekrümmt!

b) Besitzt diese Funktion Wendepunkte? Wenn ja, berechne sie!

c) Begründe, weshalb jede Polynomfunktion 3. Grades genau einen Wendepunkt besitzt!

d) Erkläre anhand einer selbsterstellten Skizze die Bedeutung der ersten Ableitung einer Funktion!

[1) a) 2P. b) 2P. c) 1P. d) 2P. 2) a) 3P. b) 3P. 3) a) 2P. b) 2P. c) 1P. d) 2P.]

Lösungen Gruppe A:

1) a) $f'(x) = 6x^2 + 4x$, daher $k_t = 2$ und $P(-1, 3)$, somit $t: y = 2x + 5$

b) Extremwerte bei $x=0$ und $x = -\frac{2}{3}$ $E_1(0, 3)$ ist Min, $E_2(-\frac{2}{3}, \frac{89}{27})$ ist Max.

c) Bei $x = -\frac{1}{2}$ und $x = -\frac{1}{6}$.

2) Wegen $P(0, 0)$ gilt $c=0$. Aus $f(-2) = -2$ folgt:

$16a - 8b = -2$. Aus $f'(-2) = 0$ folgt: $-32a + 12b = 0$ und daraus $a = \frac{3}{8}$ und $b = 1$.

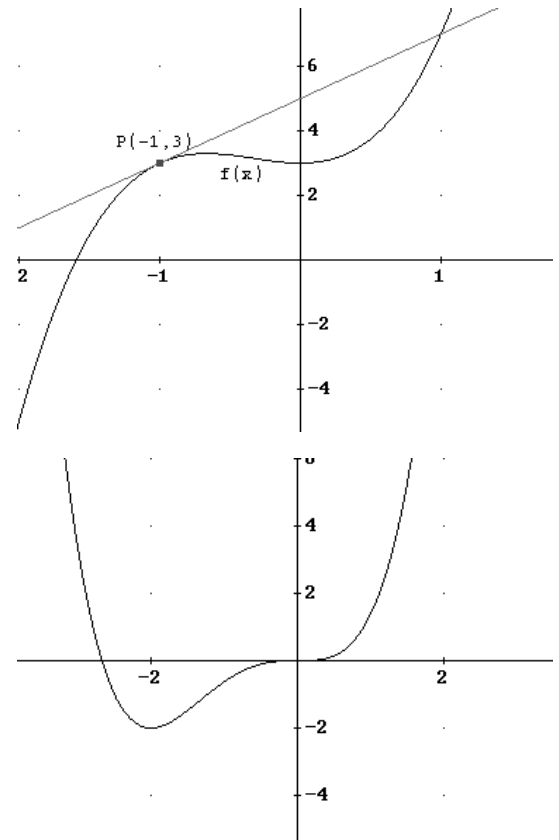
b) Waagrechte Tangente bei $x=-2$ und $x=0$, d.h. $E_1(0, 0)$ und $E_2(-2, -2)$, E_2 ist Min, E_1 ist kein Extremwert! ($f''(0) = 0!!$)

3) a) $f''(x) = 4 > 0$, daher linksgekrümmt im gesamten Bereich!

b) keine Wendepunkte möglich!

c) $f'(x)$ ist stets eine quadratische Funktion, hat daher höchstens zwei Lösungen!

d) Erklärung der Änderungsrate der Tangentensteigung als zweite Ableitung und damit Krümmung der Funktion!



Lösungen Gruppe B:

1) a) $f'(x) = 9x^2 + 18x$, daher $k_t = -9$ und $P(-1, 3)$, somit $t: y = -9x - 6$.

b) Extremwerte bei $x=0$ und $x = -2$ $E_1(0, -3)$ ist Min, $E_2(-2, 9)$ ist Max.

c) Bei $x = -1$.

2) Wegen $P(0, 0)$ gilt $c=0$. Aus $f(-2) = 2$ folgt:

$16a - 8b = 2$. Aus $f''(-2) = 0$ folgt: $48a - 12b = 0$ und daraus $a = -\frac{1}{8}$ und $b = -\frac{1}{2}$.

b) Waagrechte Tangente bei $x=-3$ und $x=0$, d.h. $E_1(0, 0)$ und $E_2(-3, \frac{27}{8})$, E_2 ist Max, E_1 ist kein Extremwert! ($f''(0) = 0!!$)

3) a) $f''(x) = -4 < 0$, daher rechtsgekrümmt im gesamten Bereich!

b) keine Wendepunkte möglich!

c) $f''(x)$ ist stets eine lineare Funktion, hat daher genau eine Lösung!

d) Erklärung des Sekanten – Tangenten – Problems!

