2. Schularbeit

6C 2. 12. 2003

1) a) Bestimme die Normalvektorform der Gleichung einer Ebene E, die durch A (2, 4, 4) geht und die Gerade g: X=(-1, 6, 3)+s·(1, 2, -1) enthält! Welche spezielle Lage hat diese Ebene?
b) Bestimme die gegenseitige Lage von E und der Geraden h: X=(1, -1, 2) + t·(2, 4, -1)!
c) Spiegle den Punkt P(3, 8, 12) an der Ebene E und berechne die Koordinaten des gespiegelten Punktes P_1!

2) Bestimme die gegenseitige Lage der beiden Ebenen E_1: 3x + 2y – z = 4 und E_2. E_2 ist durch die beiden parallelen Geraden g: X=(1, 0, 0) + s·(2, 1, -1) und h: X=(-4, -3, 2) + t·(2, 1, -1) festgelegt!

3) a) Zeige, dass das Dreieck A(1, -1, 2), B(4, -1, 1) C(4, -4, 2) gleichschenklig ist!
b) Dieses Dreieck bildet mit S(6, 4, 17) eine dreiseitige Pyramide. Zeige, dass S genau senkrecht über A liegt!

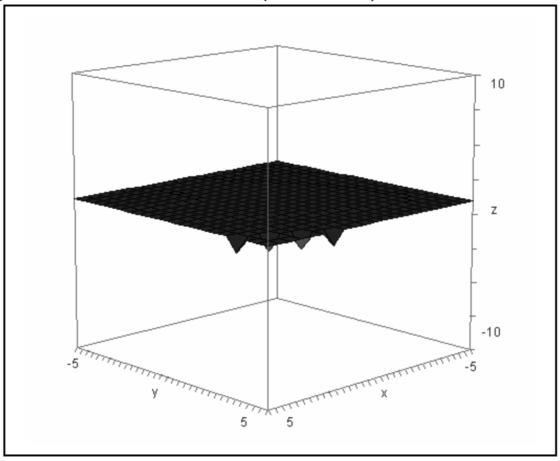
4) Vereinfache die folgenden Terme, beachte dabei die Rechenregeln für Potenzen!

a) $\dfrac{a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{4}} \cdot c^{\frac{1}{3}}}{x^2 \cdot y^{-\frac{3}{4}}} \div \dfrac{a^{-\frac{1}{5}} \cdot c^{\frac{3}{2}}}{y^{-\frac{1}{3}}} =$ b) $\sqrt[4]{\dfrac{x \cdot \sqrt{xy^2}}{y \cdot \sqrt[3]{xy^4}}} \cdot \sqrt{xy^3} =$

[1)a) 3P. b)3P. c) 2P. 2) 4P. 3) a) 2P. b) 2P. 4) a)3P. b)3P.]

Lösungen:

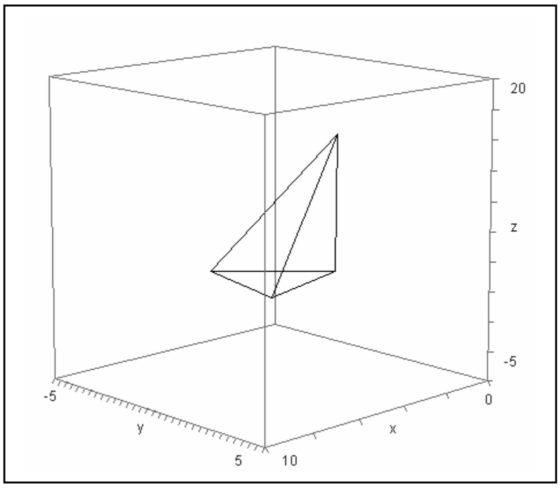
1) a) Ein zweiter Richtungsvektor ergibt sich aus den beiden gegebenen Punkten: b=(-3, 2, -1).
Damit lautet die Ebene E:y+2z=12. E liegt parallel zur x-Achse!



b) Beim Schneiden von Ebene und Gerade erhält man t = $^9/_2$ und damit den Schnittpunkt S(10, 17, $-^5/_2$).
c) Zunächst berechnet man den Fußpunkt F durch Schneiden der Ebene E mit der Geraden h. Man erhält F(3, 4, 4) und für P_1(3, 0, -4).

2) Auch hier erhält man den Richtungsvektor aus den beiden Punkten der parallelen Geraden, nämlich v=(-5, -3, 2). Der Normalvektor der Ebene ist daher n=(1, -1, 1). Die Ebenengleichung lautet daher: E: x – y + z = 1. Eliminiert man z und setzt anschließend x=t, erhält man als Schnittgerade g: X=(0, 5, 6) + t·(1, -4, -5).

3) a) Die beiden Vektoren AB und BC haben dieselbe Länge!
b) Die Gleichung der Ebene durch A, B, und C lautet E: x + y + 3z = 6 . Wegen AS=(5, 5, 15) und n_E //AS stimmt es, dass S genau über A liegt! (Graphik!)



3) a) $a^{\frac{17}{10}} \cdot b^{\frac{3}{4}} \cdot c^{-\frac{7}{6}} \cdot x^2 \cdot y^{\frac{5}{12}}$

b) $y \cdot \sqrt[24]{x^{19} \cdot y^4}$