

3. Schularbeit

8C / Gruppe A

28.3.2003

- 1) $f(x) = ax^4 + 2ax$ mit $a > 0$.
- Zeige, dass Funktionen dieses Typs genau einen Extremwert und einen Wendepunkt haben! Berechne allgemein die Koordinaten dieser beiden Punkte!
 - Zeige, dass für $a > 0$ dieser Extremwert stets ein lokales Minimum ist!
 - Bestimme den Wert für a so, dass $f(x)$ bei $x=1$ die Tangentensteigung $k_t=6$ hat und skizziere ihren Verlauf!
 - Berechne für diese konkrete Funktion die Fläche, die von $f(x)$ und der x -Achse aufgespannt wird!

2) Der Eissalon „Cool Baby“ verkauft „Heiße Liebe“ in 12cm hohen Eisbechern. Bei näherer Betrachtung stellt man fest, dass die Gestalt der Becher durch Drehung der Hyperbel $\text{hyp: } 3x^2 - y^2 = 3$ und der Funktion $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ um die positive y -Achse beschrieben werden können. $f(x)$ bildet dabei den Standfuß sowie den gewölbten Boden, die Hyperbel den eigentlichen Becher. Skizziere die Gestalt des Bechers möglichst genau und berechne das Fassungsvermögen eines solchen Eisbechers!

3) a) Ein eifriger Schüler hat 85% aller Fragen gelernt. Zur Prüfung werden ihm 8 Fragen gestellt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er

- mindestens 3 Fragen richtig beantwortet?
- höchstens eine Frage richtig beantwortet?
- durchkommt, wenn dafür mindestens $\frac{2}{3}$ der Fragen richtig zu beantworten sind?

b) Im Werbeprospekt einer Pharmafirma liest man: „Schnupfosan“ – verkürzt den Schnupfen in 75% aller Fälle!

- Ein Arzt testet das Medikament an 80 Patienten. In welchem Bereich liegt der Anteil der Patienten, die durch „Schnupfosan“ schneller gesund wurden, mit 95% Wahrscheinlichkeit?
- Eine Konkurrenzfirma bezweifelt die Wirksamkeit von „Schnupfosan“ und nimmt an, dass die Erfolgsrate des Medikaments tatsächlich niedriger liegt. Zum Beweis führt sie einen eigenen Test durch, bei dem von insgesamt 250 Patienten bei 166 eine positive Wirkung erzielt werden konnte. Kann die Konkurrenzfirma ihre Vermutung beweisen? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit)

4) Die Strecke AB mit $A(8, 2)$, $B(2, -4)$ ist die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Höhe $h_c = 6\sqrt{2}$ beträgt.

- Bestimme die Koordinaten des Eckpunkts C (2 Lösungen) und berechne die Fläche des Dreiecks!
- Bestimme im Dreieck $A(8, 2)$, $B(2, -4)$, $C(-1, 5)$ die Koordinaten des Umkreismittelpunktes!

5) Viel Erfolg!

Punkte: 1)a) 3P. b) 1P. c) 2P. d) 2P. 2) 6P. 3) a) 3P. b)i) 2P. ii) 3P. 4) a) 3P. b) 3P.

3. Schularbeit

8C / Gruppe B

28.3.2003

1) $f(x) = ax^3 + 3ax^2 + 1$ mit $a > 0$.

- Zeige, dass Funktionen dieses Typs genau zwei Extremwerte und genau einen Wendepunkt haben! Berechne allgemein die Koordinaten dieser Punkte!
- Zeige, dass für $a > 0$ bei $x=0$ stets ein lokales Minimum vorliegt!
- Bestimme den Wert für a so, dass $f(x)$ bei $x = -1$ einen Wendepunkt hat und skizziere ihren Verlauf!
- Berechne für diese konkrete Funktion die Fläche, die von $f(x)$ und der x -Achse zwischen den beiden Extremwerten aufgespannt wird!

2) Ein Designer hat für einen Kunstwettbewerb eine 9cm hohe Schale entworfen. Bei näherer Betrachtung stellt man fest, dass die Gestalt der Schale durch Drehung der Hyperbel $\text{hyp: } 6x^2 - y^2 = 15$ und der Funktion $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2$ um die positive y -Achse beschrieben werden können. $f(x)$ bildet dabei den Standfuß sowie den gewölbten Boden, die Hyperbel die eigentliche Schale.

Skizziere die Gestalt der Schale möglichst genau und berechne ihr Fassungsvermögen!

3) a) Im Durchschnitt fallen etwa 40% aller Fahrschüler bei der technischen Prüfung durch. Im Wartezimmer des Prüfers sitzen 8 Kandidaten.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- mindestens 3 Kandidaten die Prüfung bestehen?
- höchstens ein Kandidat durchkommt?
- mehr als $\frac{2}{3}$ der Kandidaten durchfallen ?

b) Im Werbeprospekt einer Pharmafirma liest man: „Agilovit“ – stärkt die Leistungsfähigkeit im Alter in 85% aller Fälle!

- Ein Arzt testet das Medikament an 100 Senioren. In welchem Bereich liegt der Anteil der Senioren, die durch „Agilovit“ eine Leistungssteigerung erfuhren, mit 95% Wahrscheinlichkeit?
- Eine Konkurrenzfirma bezweifelt die Wirksamkeit von „Agilovit“ und nimmt an, dass die Erfolgsrate des Medikaments tatsächlich niedriger liegt. Zum Beweis führt sie einen eigenen Test durch, bei dem von insgesamt 200 Patienten nur bei 155 eine positive Wirkung erzielt werden konnte. Kann die Konkurrenzfirma ihre Vermutung beweisen? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit)

4) Die Strecke AB mit A (5, -1), B(-1, -7) ist die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Höhe $h_c = 6\sqrt{2}$ beträgt.

- Bestimme die Koordinaten des Eckpunkts C (2 Lösungen) und berechne die Fläche des Dreiecks!
- Bestimme im Dreieck A(5, -1), B(-1, -7), C(-4, 2) die Koordinaten des Umkreismittelpunktes!

5) Viel Erfolg!

Punkte: 1)a) 3P. b)1P. c) 2P. d) 2P. 2) 6P. 3) a) 3P. b)i) 2P. ii) 3P. 4) a) 3P. b) 3P.

Lösung zu Bsp 4 (A und B):

