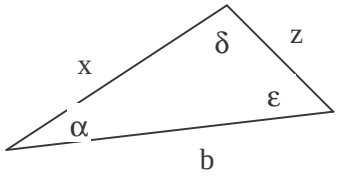
5. Schularbeit - computerunterstützt

6C 23. 5. 2003

1) Überprüfe die Richtigkeit der folgenden Aussagen! Begründe genau und ergänze die Erläuterungen eventuell durch eine Skizze!
   a) sin 90° = 1
   b) tan 45° = 0
   c) sin 45° = cos 45°
   d) Im nebenstehenden Dreieck gilt: i) $\frac{x}{\sin\varepsilon} = \frac{z}{\sin\delta}$
   ii) $z^2 = x^2 + b^2 - 2bx \cdot \cos(\alpha)$



2) a) Skizziere den Verlauf der Funktionen $f_1(x) = 2 \cdot \sin(x)$, $f_2(x) = 2 \cdot \sin(2x)$ und $f_3(x) = 2 \cdot \sin(4x)$ im Bereich $[0, \pi]$ in einem Koordinatensystem und erkläre Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen diesen Funktionen!
   b) Erkläre anhand des Einheitskreises, für welche Winkel α gilt: $\cos\alpha = -1$.
   c) Erkläre anhand des Einheitskreises, weshalb im Bogenmaß (Radiant) $\frac{\pi}{4} = 45°$ gilt!

3) Von einem beliebigen Dreieck ABC kennt man die Länge der Seite AC = b, die Länge der Höhe h_c und den Winkel γ (liegt beim Eckpunkt C). Erkläre allgemein alle Rechenschritte zur Berechnung der Seiten AB=c und BC=a!

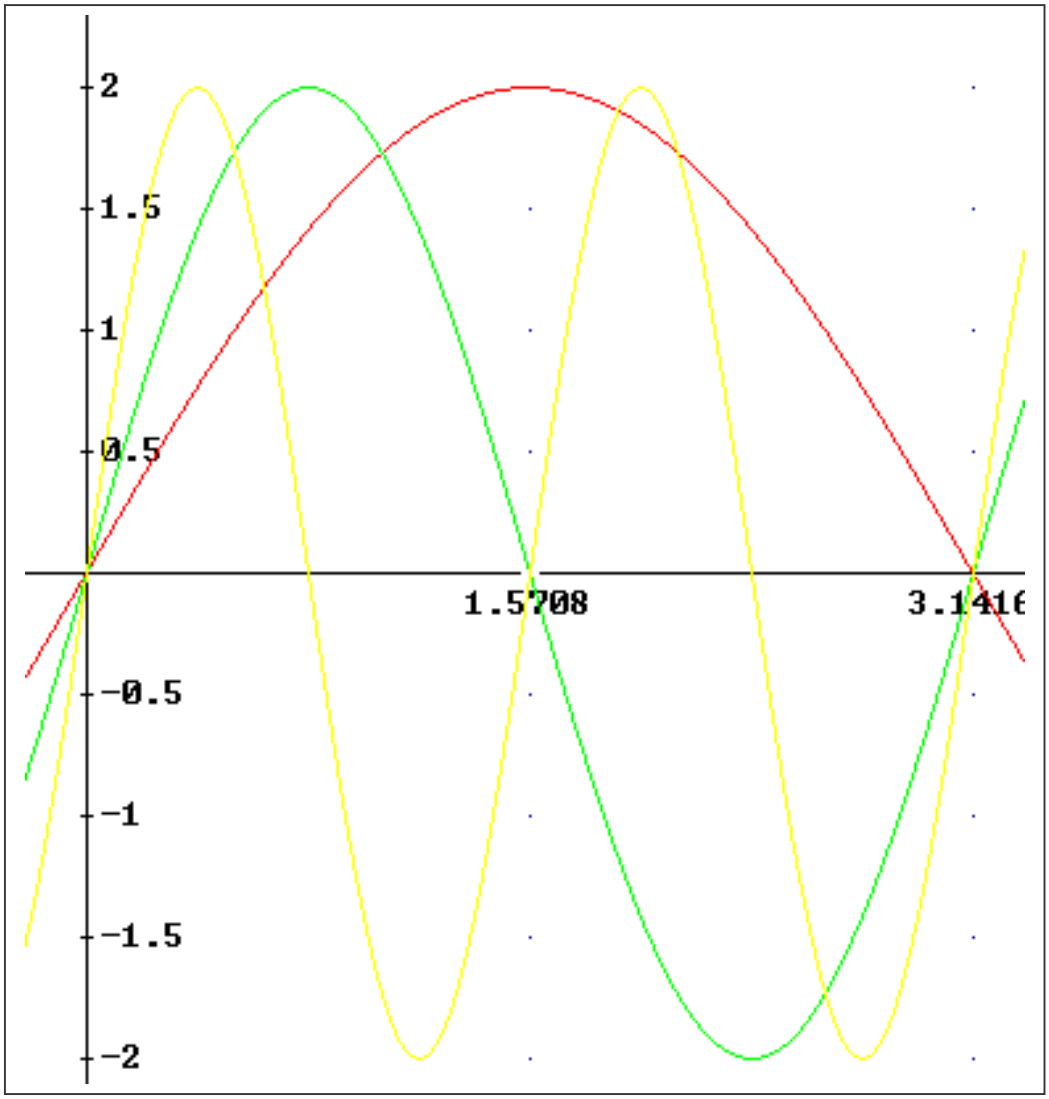
4) Vom Gipfel des Bekogels aus erblickt man die Spitze des 40m hohen Kirchturms von Akirchen unter dem Tiefenwinkel α= 32°.Der Fußpunkt des Kirchturmes erscheint unter einem Tiefenwinkel von β= 38°. Erstelle eine entsprechende Skizze und berechne die Höhe des Bekogels sowie seine waagrechte Entfernung zu Akirchen!

1) a-c je 1P., d) 2P. 2)a) 5P.,b)1P. c)1P. 3) 4P. 4)4P.

Lösungen :
1)a) richtig, denn bei 90° ist die senkrechte Komponente im Einheitskreis 1!
b) falsch, denn tan(x) ist sin(x)/cos(x) und da sin(45°) ≠ 0 gilt, kann tan(45°) nie 0 sein!
c) ja, denn das Dreieck, in dem sin(45°) und cos(45°) liegen, ist ein gleichschenklig, rechtwinkliges Dreieck!

d) i) falsch, denn statt δ müsste α stehen! (Sinussatz!)
ii) richtig, formulierter Cos – Satz!

2)
a) Darstellung der Funktionen:



Eigenschaften:
Gemeinsamkeiten:
Alle gehen durch 0 und π
Alle sind periodisch mit jeweils kürzer werdender Periode (aufgrund der zunehmenden Frequenzen)
Alle haben Wertebereich [-2, 2]
Unterschiede:
Unterschiedliche Frequenz (abhängig von der Konstanten a im Term sin(ax)!
Unterschiedliche Periodizität
Unterschiedliche Stelheit der einzelnen Graphen

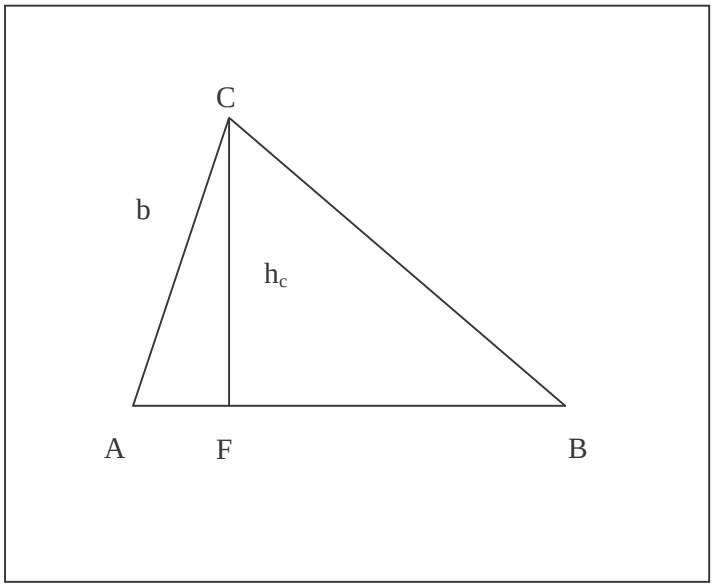
b) cos(α)=-1 gilt für α=180° (siehe Einheitskreis)
c) π/4 = 45° deshalb, weil die Bogenlänge des gesamten Einheitskreises 2π beträgt, dementsprechend ein Achtelkreis eine Bogenlänge von π/4 hat!

3)

Man kennt b, h_c und γ.
Aus diesen Angaben berechnet man zunächst mittels Pythagoras die Strecke AF=x

$$x = \sqrt{b^2 - h_c^{\,2}}$$

Mit beliebigen Seiten kann man im Dreieck AFC den Winkel bei C=δ berechnen. Es gilt z.B.
Sin δ = x / b
Den bei C liegenden Winkel ε im Dreieck FBC erhält man aus: ε = γ - δ
Die Strecke BC=y berechnet man nun mit Cos(ε)=h_c / y und daher y= h_c / cos(ε).
FB =z ist nun wieder mittel Pythagoras berechenbar, nämlich als: $z = \sqrt{y^2 - h_c^{\,2}}$



4)

Ist ε=β-α und δ=90°-β, so gilt:
ε= 6°
δ=52°

Weiters gilt: $\frac{y}{\sin(122°)} = \frac{40}{\sin(6°)} \Rightarrow y = \frac{40 \cdot \sin(122°)}{\sin(6°)} = 324{,}52m$

Daraus berechnet man h mit: sin(β)= h / y oder h= y · sin(β)=199,79m.

Für die waagrechte Entfernung x gilt: $x = \sqrt{y^2 - h^2} = 255{,}73m$