Übungsbeispiele zur Binomialverteilung

B1) Ein Fabrikant behauptet, dass bei einer bestimmten Sorte von Werkstücken ein Ausschussanteil von 5% zu erwarten sei. Der Käufer entnimmt seiner Lieferung 20 Stück und findet darunter 3 Fehlprodukte.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit für ein solches Testergebnis! [0,0595]

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für ein noch schlechteres Testergebnis! [0,0159]

B2) Fünf Büroangestellte, die unabhängig voneinander arbeiten, sind auf die Verwendung eines Computers angewiesen, und zwar mit Unterbrechungen durchschnittlich 10 Minuten pro Stunde. Genügt es, die Rechnerkapazitäten so einzurichten, dass drei Angestellte gleichzeitig rechnen können oder entstehen erhebliche Wartezeiten, indem 4 oder 5 Angestellte gleichzeitig rechnen wollen? [0,00334, kaum Wartezeiten]

B3) Zur Leistungsüberprüfung wird folgender Test durchgeführt. Es werden 12 Fragen gestellt und zu jeder Frage drei Antworten, davon eine richtige, angegeben. Die richtige Antwort ist anzukreuzen. Der Test gilt als bestanden, wenn mindestens 9 Fragen richtig beantwortet wurden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht ein Schüler diesen Test, wenn er sich vollkommen auf Raten verlegt? [0,00384]

B4) Eine Prüfung besteht aus 4 Fragen. Ein Kandidat weiß jede Antwort mit der Wahrscheinlichkeit p. Konnte er die vorangegangene Frage nicht beantworten, so sinkt die Wahrscheinlichkeit für eine richtige Antwort auf $^p/_2$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er

a) mindestens drei Fragen richtig beantwortet? [$p^4 + {}^{15}/_8\, p^3\,(1-p)$]

b) bei n Fragen mindestens n-1 richtig beantwortet?

B5) Eine Firma für photographische Ausrüstungen eruiert künftige Absatzchancen. Man schätzt die Wahrscheinlichkeit, dass die Konkurrenzfirma mit der Herstellung von Photo - CD - Kameras innerhalb der nächsten drei Jahre beginnt, auf 0,3 und entsprechend auf 0,7, dass dies nicht der Fall sein wird. Wenn die Konkurrenzfirma solche Pläne hat, wird man definitiv ein neues Werk bauen, wenn keine derartigen Pläne bekannt werden, gibt es trotzdem eine 60% Chance, dass aus anderen Gründen ein neues Werk errichtet wird. Skizziere mögliche Ereignisse mit Hilfe eines Baumdiagramms!

B6) Unter 1000 Besuchern der Klagenfurter Herbstmesse wird dringend ein Arzt gesucht. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, einen Arzt zu finden, wenn 0,3% der Besucher eine entsprechende Ausbildung haben! [ca. 0,95]

B7) Für den Ausfall eines Zentralcomputers innerhalb eines Betriebsjahres kommen folgende Ursachen mit den dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten in Frage: Unbefugtes Ausschalten (0,5%), Gerätedefekt (5%), Stromausfall (10%). Keine zwei dieser Ereignisse treten gleichzeitig ein. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Computer innerhalb eines Jahres ausfällt? [0,155]

B8) Ein Reisebus mit 30 Insassen kommt von einer Einkaufsfahrt in Ungarn zurück. Der Zöllner kontrolliert drei zufällig ausgewählte Reisende.

a) Wie groß ist aus der Sicht des Zöllners die Wahrscheinlichkeit, genau einen Schmuggler zu erwischen, wenn er weiß, dass erfahrungsgemäß 10% aller Grenzgänger schmuggeln? [Achtung: binomialverteilt! 0,243]

b) Der Chauffeur weiß, dass 3 der 30 Reisenden schmuggeln. Wie groß schätzt er die Chance, dass genau einer von drei kontrollierten Fahrgästen erwischt wird? [Achtung: Grundgesamtheit, Ziehen ohne Zurücklegen, [0,25935]

B9) In einem Reisebüro kann jeder Kunde, der eine Reise gebucht hat, aus einem Topf mit von 1 bis 60 durchnummerierten Zetteln ein Los ziehen. Zieht der Kunde eine durch 4 teilbare Zahl, erhält er eine

Baseballkappe. Ist die Zahl durch 6 teilbar, bekommt er eine Reisetasche, ist sie sowohl durch 4 als auch durch 6 teilbar, bekommt er beide Gewinne. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,

a) bei einmaligem Ziehen zumindest einen Gewinn mit nach Hause zu nehmen? [1/3]

b) Bei zwei Zügen (ohne Zurücklegen) zwei Baseballkappen zu gewinnen? [0,059]

B10) Der Aufnahmetest eines wirtschaftlichen Kollegs besteht aus verschiedenen Wissensgebieten, u.a. enthält er 6 Fragen zum aktuellen Tagesgeschehen. Zu jeder dieser Fragen sind 4 Antworten vorgegeben. Ein Kandidat, der die letzten Wochen weder Zeitung gelesen noch Radio gehört oder ferngesehen hat, muss raten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er

a)zumindest gleich viele Fragen richtig wie falsch ankreuzt? [0,0375976]

b) genau zwei Fragen richtig ankreuzt? [0,29663]

c) höchstens eine Frage falsch beantwortet? [0,004638]

B11) Eine Boutique veranstaltet zur Eröffnung ein Gewinnspiel. In einem Behälter liegen 4, bis auf die Beschriftung idente Karten, auf denen sich die Buchstaben E, H, D, M befinden.

Jeder Kunde hat 4 Züge. Wem es gelingt, nacheinander "blind" diese vier Karten in der Reihenfolge zu ziehen, dass das Wort "HEMD" entsteht, gewinnt ein Seidenhemd.

a) Wie groß ist die Gewinnchance, wenn man ohne Zurücklegen zieht? [0,0416]

b) Wie klein wird die Chance, wenn, bei ebenfalls vier Zügen, die gezogene Karte zurückgelegt werden muss? [0,0039]

B12) Zwei Freunde betreten den Bus der Linie S und beschließen, "schwarz" zu fahren, um das Geld für ein Eis zu sparen. Außer ihnen sitzen noch 10 weitere Fahrgäste im Wagen, die alle einen gültigen Fahrschein haben, als ein Kontrollor zusteigt. Bis zur nächsten Station, bei der die beiden den Bus verlassen können, hat der Kontrollor Zeit, 5 Personen zu überprüfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) einer der beiden Strafe zahlen muss? [0,53] b) beide kontrolliert werden? [0,1515]

c) beide sich schließlich ein Eis leisten können? [0,3185]

B13) Ein Zulieferer, der Transistoren erzeugt, garantiert dem Endabnehmer, dass seine Produktion nur einen Ausschussanteil von 1% aufweist. Eine Stichprobe von 30 Transistoren einer umfangreichen Lieferung ergab 2 defekte Teile.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für ein solches Ereignis? [0,03283]

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für ein noch schlechteres Ergebnis in der Stichprobe? [0,003317]

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein defekter Transistor in der Stichprobe gefunden wird? [0,963852]

B14) Was ist bei einem Spiel gegen einen gleich starken Gegner wahrscheinlicher: (Remis sei ausgeschlossen)

a) genau 3 Partien von 4 oder genau 5 Partien von 8 zu gewinnen? [0,25 bzw. 0,21875]

b) mindestens 3 Partien von 4 oder mindestens 5 Partien von 8 zu gewinnen? [0,3125 bzw. 0,363281]

B15) Spielt eine Fußballmannschaft fair, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler dieser Mannschaft während eines Spiels eine rote Karte erhält, etwa 0,09. In einer unfair spielenden Mannschaft erhöht sich die Wahrscheinlichkeit für eine rote Karte auf 0,15. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine fair spielende Mannschaft in 10 Spielen

a) keine rote Karte erhält? [0,38942]

b) mehr als 3 rote Karten erhält? [0,00883];

dass eine unfair spielende Mannschaft in 10 Spielen

c) höchstens eine rote Karte erhält? [0,77455]

d) mehr als 2 rote Karten erhält? [0,05404]

B16) In einer Reifenhandlung arbeiten 5 Monteure, die eine Maschine zum Lösen und Festziehen der Radmuttern durchschnittlich für 24 Minuten pro Stunde benötigen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zu einem beliebigen Zeitpunkt

a) zwei b) drei c) fünf Maschinen benötigt werden? [0,3456] [0,3456] [0,01]

B17) In einer Reifenhandlung arbeiten 10 Monteure, die eine Maschine um Lösen und Festziehen der Radmuttern durchschnittlich für 24 Minuten pro Stunde benötigen.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit genügen 4 (5 bzw. 6) Maschinen? [0,633] [0,833] [0,945]

b) Wieviele Maschinen müssen zur Verfügung gestellt werden, damit diese mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% ausreichen? [mindestens 7]

B18) Eine Firma hat 3 Telefonleitungen, die von 10 Sachbearbeitern genutzt werden. Jeder von ihnen benutzt eine Leitung durchschnittlich 12 Minuten pro Stunde.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 3 Leitungen ausreichen? [0,879]

b) Wie verändert sich die Wahrscheinlichkeit, wenn eine weitere Leitung eingerichtet wird? [0,967]

c) Wieviele Leitungen müssen zur Verfügung stehen, damit diese mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% ausreichen? [mindestens 4]

B19) Die 20 Teilnehmer einer Mathematikklausur benötigen einen Taschenrechner für durchschnittlich 20 von 100 Minuten. Wieviele Taschenrechner müssen zur Verfügung gestellt werden, wenn jemand in höchstens 4% der Fälle warten soll? [mindestens 7]

B20) In einem Büro mit 20 Personen gibt es 6 Schreibmaschinen, die von den Mitarbeitern für durchschnittlich 25 von 100 Minuten benötigt werden.

a) Reicht diese Anzahl mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% aus? [nein, müssten mindestens 8 sein!]

b) Wieviele Maschinen müssten zur Verfügung gestellt werden, damit diese mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% ausreichen? [mindestens 10]

B21) Nach den Angaben der Telekom kommen nur 65% der Telefongespräche beim ersten Wählen zustande. Jemand muss 5 Telefongespräche führen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er

a) jedes Mal direkt durchkommt? [0,12]

b) jedes Mal nicht durchkommt? [0,005]

c) genau einmal nicht durchkommt? [0,312]

B22) Unter den 750 Besuchern der Klagenfurter Herbstmesse wird dringend ein Arzt gesucht.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, einen Mediziner aufzutreiben, wenn man weiß, dass 0,5% aller Leute über eine entsprechende Ausbildung verfügen! [0,97670, Gott sei Dank so hoch!!]
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den Besuchern mehr als 3 Ärzte befinden? Erkläre insbesondere die Eigenschaften der vorliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung! [1-(P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3))=1-(0,023297+0,0878+0,1652+0,2070)=0,5166]

Übungsbeispiele zur Normalverteilung und zum Testen von Hypothesen

H1) Bei der letzten Wahl errang die Partei X 40% der Stimmen. Ein Jahr danach berichten die Meinungsforscher, dass von 100 Personen bei einer Wahl am nächsten Sonntag 50 für die Partei X votieren würden. Teste mit (1) p = 5%, (2) a = 0,3% Irrtumswahrscheinlichkeit, dass die Partei X a)stärker, b) schwächer geworden ist! [1)gestiegen, 2) keine Aussage möglich]

H2) Im Jahr 1988 hatte die Automarke "speedy" einen Marktanteil von 20% in Österreich. Das ist dem Firmenchef zuwenig. Nach einer Werbekampagne will der Chef mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit 5% wissen, ob die Automarke 1989 am Markt (1) gewonnen, (2) verloren hat, (3) sich ihr Marktanteil verändert hat. Wie lautet die Antwort ,wenn von 50 befragten Autokäufern sich a) 8 b)15 für die Automarke "speedy" entschieden haben ? [a) H_0 nicht verwerfen, b) H_0 knapp verwerfen]

H3) Angeblich benützen 30% aller Hausfrauen das Waschmittel Jumbo. In einer Umfrage geben von 100 Hausfrauen 43 an Jumbo zu benützen.

a) Ist dieses Ergebnis signifikant (hochsignifikant) besser als die Annahme ? [ja!]

b) Der Hersteller nimmt nun an, dass 40% der Hausfrauen Jumbo benützen. Nach einiger Zeit wird eine neue Umfrage unter 100 Hausfrauen durchgeführt, wobei 27 Benutzer ermittelt werden. Ist der Absatz von Jumbo nun signifikant schlechter geworden? [ja!, kritischer Wert bei 33,7%]

c) In einer weiteren Umfrage unter 78 Hausfrauen ermittelt man 23 Benutzer. Hat sich der Anteil der Jumbobenutzer signifikant verändert, wenn man das Umfrageergebnis der letzten Umfrage zugrundelegt? [nein!]

H4) Bei der Herstellung von Motorbauteilen erfolgt eine regelmäßige Qualitätskontrolle. Aufgrund der letzten Stichproben wird eine durchschnittliche Fehlerquote von 2% angenommen. Es wird das Ereignis defekt bzw. nicht defekt bei zufälliger Auswahl eines Stücks betrachtet.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man in einer Sendung von 50 Stück zwischen 3 und 8 fehlerhafte Stücke ? [0,078]

b) Bei einer neuerlichen Stichprobe erhält man aus 40 Stücken 5 fehlerhafte. Mit welcher Irrtumswahrscheinlichkeit kann man von einer Zunahme der Fehlerquote sprechen ? [praktisch sicher]

c) Bei einer Reklamation wird eine hochsignifikante Veränderung der Fehlerquote behauptet. Um diese Behauptung zu untersuchen, führt man einen neuerlichen Test durch. Bei welcher Fehlerzahl in einer Sendung von 60 Stück kann man diese Behauptung akzeptieren ? [kritischer Wert 3,96,d.h. bei 4 oder mehr!]

H5) In einem Produktionsprozess erfolgt eine regelmäßige Qualitätskontrolle. Aufgrund der letzten Stichproben wird eine durchschnittliche Fehlerquote von 6% angenommen.

a) Es wird das Ereignis defekt bzw. nicht defekt bei zuf. Auswahl eines Stücks betrachtet. Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung liegt vor ? Begründe deine Wahl und leite die notwendigen Formeln für Wahrscheinlichkeit und Verteilungsfunktion her.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man in einer Sendung von 80 Stück zwischen 5 und 10 fehlerhafte Stücke ? [0,52]

c) Bei einer neuerlichen Stichprobe erhält man aus 50 Stücken 8 fehlerhafte. Mit welcher Irrtumswahrscheinlichkeit kann man von einer Zunahme der Fehlerquote sprechen ? [sicher!]

d) Bei einer Reklamation wird eine signifikante Veränderung der Fehlerquote behauptet. Um diese Behauptung zu untersuchen führt man einen neuerlichen Test durch. Welches Testverfahren ist sinnvoll ? Bei welcher Fehlerzahl in einer Sendung von 80 Stück kann man diese Behauptung akzeptieren? [kritischer Wert bei 8,29, d.h. bei 9 Stück oder mehr H_0 verwerfen!]

Was bedeutet eine Veränderung der Irrtumswahrscheinlichkeit für Produzent und Konsument?

H6) Der Marktanteil der Fahrradmarke Eisenhengst liegt im Monat Jänner bei 12%.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind unter 1200 zu gleichen Bedingungen verkauften Fahrrädern

i) mindestens 110 [0,999]

ii) höchstens 130 [0,107]

iii) zwischen 70 und 100 [0,00014]

von der Marke Eisenhengst ?.

b) Der Hersteller vermutet, dass der Name der Eisenhengst ungünstig ist, und ändert diesen auf Easyrunner. Eine durchgeführte Verkaufserhebung über 500 Stück ergibt nun einen Verkauf von 112 Stück Easyrunner. Hat sich der Verkauf signifikant verbessert? [ja!]

H7) In einer Fabrik werden elektronische Bauteile in 3 Schichten hergestellt. Die Frühschicht erzeugt 35% der Gesamtproduktion mit einem durchschnittlichen Ausschuss von 2%. Die Spätschicht erzeugt ebenfalls 35% der Produktion mit einem Ausschussanteil von 1.5%. Die Nachtschicht hat einen Produktionsanteil von 30% mit 6% Ausschußware. Die Produkte werden in Schachteln zu 8 Stück abgepackt.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig gewähltes Stück fehlerhaft? [0,03025]

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein fehlerhaftes Stück aus der Nachtschicht stammt? [0,595]

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Schachtel der I) Frühschicht höchstens 1 fehlerhaftes, (II) Spätschicht mindestens 7 fehlerfreie, (III) Nachtschicht genau ein fehlerhaftes Stück enthält? [0,99867 bzw. 0,99924 bzw. 0,99156]

d) Eine Sendung enthält 50 Schachteln der Spätschicht, 30 Schachteln der Frühschicht und 25 Schachteln der Nachtschicht. Wieviele fehlerhafte Stücke sind in dieser Sendung zu erwarten? [0,9225 Stück]

H8) Der Marktanteil des Waschmittels "Salin" wird mit 35% angenommen.

a)Aufgrund einer Werbekampagne werden 500 Hausfrauen befragt. Von diesen geben 181 an, Salin zu verwenden. Hat der Marktanteil mit 5%-iger Irrtumswahrscheinlichkeit zugenommen ? [keine Aussage möglich, kritischer Wert wäre bei 192,54]

b)Eine Konkurrenzfirma ist in Konkurs gegangen, weshalb es für ein Konkurrenzprodukt von Salin Lieferschwierigkeiten gibt. Bei einer neuerlichen Befragung gaben 312 von 800 Hausfrauen an, Salin zu verwenden . Hat der Marktanteil von Salin mit 5%-iger Irrtumswahrscheinlichkeit zugenommen ? [ja, kritischer Wert jetzt bei 302,19]

c)Eine andere Konkurrenzfirma behauptet, dass der Marktanteil von Salin im Fall b) auf keinen Fall zugenommen hat. Mit welcher Irrtumswahrscheinlichkeit kann sie ihre Behauptung aufrechterhalten ? [99,11%, entspricht genau dar Wahrscheinlichkeit, dass bei $p=0,35$ angenommen $X<312$]

H9) Die Gewinnchance von A gegen B im Tennisspiel sei 0,6. Die Wahrscheinlichkeit für B, mehr als die Hälfte der Wettkämpfe zu gewinnen ist zu bestimmen, die Zahl der Wettkämpfe ist a) 3 b)5

Die Spieler A und B nehmen an einem Turnier (3 Spiele) teil. Ausgesetzte Prämien: S 1000 bei 3 Siegen, S 500 bei 2 Siegen S 100 bei weniger als 2 Siegen. Bestimme die Gewinnerwartung!

[Lösung: a) 0,325 b) 0.317 A: 467,20 S B: 272,80 S]

H10) Eine Versicherung betrachtet eine Auswahl von 500 PKW Haftpflichtversicherten, Erfahrungsgemäß beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Klient im Laufe eines Jahres Schadensfälle verursacht 0,01.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit dass es in der Gruppe zu mehr als 3 Schadensfällen kommt. [0,7364]

b) Berechne Erwartungswert (μ) und Varianz (σ^2) und berechne die Wahrscheinlichkeit einer Abweichung von mehr als σ vom Erwartungswert. [5 bzw. 2,2249 bzw. 0,2557].

c) Pro Schadensfall entstehen Kosten von durchschnittlich 30000 S. Wenn man mit einer Abweichung von 2σ vom Erwartungswert kalkuliert und 100% für den Verwaltungsaufwand zuschlägt wie hoch ist dann eine Prämie durchschnittlich anzusetzen? [d.h. man kalkuliert mit 1 bis 9 Schadensfällen, die erwarteten Kosten sind daher: $K=1\cdot P(X=1)\cdot 30000+2\cdot P(X=2)\cdot 30000+ \ldots +9\cdot P(X=9)\cdot 30000=140030{,}7$,mit Zuschlag 280061,4, aufgeteilt auf 500 Versicherte ergibt dies eine Prämie von 560,12.]

d) In welchem Bereich liegt die Zahl der Schadensfälle mit 98% Wahrscheinlichkeit ? [1 bis 10]

e) Im folgenden Jahr werden bei 1200 Versicherten a) 9 b) 21 Schadensfälle festgestellt. Kann man eine Änderung annehmen - gib eine Entscheidungsgrundlage an (5% Irrtumswahrscheinlichkeit)! [kritischer Wert für Zunahme 17,67, für Abnahme 6,33, daher bei a) keine Aussage möglich, ob Anteil geringer, Stichprobenergebnis b) weist auf deutlich höhere Schadensquote hin, H_0 verwerfen!]

f) Bestimme den Ablehnungsbereich für eine hochsignifikante Zunahme bzw. Abnahme. [bei 99% statistischer Sicherheit kritischer Wert für Zunahme 20,02, für Abnahme 3,98.]

H11) Die Drop - Out Quote bei Führerscheinneulingen beträgt etwa 32%. Die Fahrschule "Champion Drivers" behauptet, dass ihre Kandidaten deutlich besser abschneiden würden. Zum Beweis führt sie an, dass im letzten Kurs von 60 Kandidaten nur 14 durchgefallen sind.

a) Gilt diese Aussage mit 5% Irrtumswahrscheinlichkeit? [kritischer Wert wäre 13,25, daher nicht signifikant besser]

b) Eine Konkurrenzfirma hat recherchiert, dass von den jährlich 850 Kandidaten von "Champion Drivers" nur insgesamt 552 durchgekommen sind. Ist dieses Ergebnis signifikant schlechter? Teste mit 5% Irrtumswahrscheinlichkeit! [kritischer Wert bei 294,36, daher signifikant schlechter!]

H12) Nach Untersuchungen des Verkehrsministeriums ist jeder dritte Autofahrer ein potentieller Raser. Eine Aktion "Schach dem Rasen" sollte diese gefährliche Spezies reduzieren. Nach Abschluss der Aktion gaben in einer bundesweit durchgeführten Befragung 338 von insgesamt 1200 Autofahrern an, im Bedarfsfall dennoch zu rasen.

a) Der Bundesminister behauptet daraufhin, die Aktion habe gewirkt. Teste mit 5% bzw. 1% Irrtumswahrscheinlichkeit! [kritischer Wert bei 373,14, daher sogar bei 1% Irrtumswahrscheinlichkeit noch bestätigt!]

b) Ein halbes Jahr später fanden sich unter 350 Autofahrern 132, die sich freimütig zum Rasen bekannten. Wie ist das Ergebnis zu interpretieren? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) [kritischer Wert bei 131,17, daher Anteil wieder gestiegen!]

c) kann das Ministerium wenigstens geltend machen, der Anteil der Raser sei gleichgeblieben? [zweiseitiger Test mit kritischen Werten von 99,37 und 133,95, daher keine signifikante Änderung beweisbar!]

H13) Eine Bürgerinitiative rechnet mit einer breiten Ablehnung eines neuen Straßenprojekts bei der geplanten Volksbefragung. Bei einer Umfrage unter 250 Bürgerinnen und Bürgern zwei Wochen davor sprachen sich 140 Bürger für das Straßenprojekt aus.

a) Bewerte dieses Ergebnis! (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) [kritischer Wert einseitig bei138, daher signifikant für das Projekt]

b)Eine telefonische Blitzumfrage am Vorabend der Erhebung unter 55 Personen ergibt bei 32 Personen eine ablehnende Haltung. Ist damit der Erfolg der Bürgerinitiative bei der Volksbefragung gesichert? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) [kritischer Wert bei 33,59, daher NEIN!]

H14) Bauer Mecke garantiert seinen Kunden frische Eier mit einer Wahrscheinlichkeit von 90%.

a) Wieviele faule Eier dürfen in einer Stichprobe von 100 Stück höchstens sein, um nicht an der Qualität zweifeln zu müssen (5% Irrtumswahrscheinlichkeit!) [höchstens 14]

b) Bäcker Mehlsack findet unter den 30 gekauften Eiern 5 faule. Wie wahrscheinlich ist ein solches oder noch schlechteres Ergebnis?

c) Nach wiederholten Käufen erhielt Bäcker Mehlsack bei insgesamt 280 Eiern 34 faule. Ist dies ein signifikant schlechteres Ergebnis? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) [kritischer Wert wäre bei 36,225, daher NEIN]

d) Zum Beweis für die hohe Qualität der Eier weist Mecke darauf hin, dass sich unter den letzten 200 verkauften Eiern nur 13 faule befunden hätten. Kann man aufgrund dieses Stichprobenergebnisses auf eine bessere Qualität schließen? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) [kritischer Wert bei 13,02, daher "am Limit", Entscheidung schwierig!]

e) Kann Bauer Mecke wenigstens geltend machen, seine Qualität zu halten? [Schätzbereich ergibt 11,68 bzw. 28,31, d.h. es besteht kein Grund an der Qualität zu zweifeln, sie ist aber nicht signifikant besser!]

H15) Ein Kaffeeautomat füllt pro Tasse "Wiener Melange" im Mittel 140ml ab. Die Standardabweichung beträgt 15ml.

a) Wieviel % der Tassen enthalten weniger als 120ml? [9,12%]

b) In welchem Bereich liegt die Füllmenge mit 95% Wahrscheinlichkeit? [110,6ml und 169,4ml]

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dass eine Tasse überläuft, wenn die Tassen 180ml fassen? [0,38%]

H16) Eine Maschine füllt Waschmittelpakete mit dem Mittelwert 1050g, die Standardabweichung beträgt 45g. Auf den Packungen steht "Füllgewicht 1000g".

a) Wieviel % der Pakete sind untergewichtig? [13,33%]

b) Wieviel % der Pakete erfüllen eine Abweichungstoleranz von 25g von Mittelwert nach oben bzw. unten? [42,15%]

c)) Wieviel % der Pakete liegen im Gewichtsbereich 975g bis 1025g? [24,15%]

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Paket mehr als 1100g wiegt? [13,33%]

e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Paket weniger als 950g wiegt? [1,31%]

f) Wie hoch darf die Standardabweichung höchstens sein, wenn maximal 2% der Pakete eine Abweichung von mehr als 20g aufweisen sollen? [8,597]

H17) Glühlampen des Typs "Luxmagic" weisen eine mittlere Brenndauer von 1200 Stunden bei einer Standardabweichung von 119 Stunden auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) die Lebensdauer mehr als 1500 Stunden beträgt? [0,585%]

b) die Lebensdauer weniger als 1000 Stunden beträgt? [4,64%]

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit weicht die Lebensdauer um mehr als $^1/_{10}$ von der mittleren Lebensdauer ab? [31,33%]

d) Glühlampen mit einer Brenndauer von weniger als 1000 Stunden gelten als unbrauchbar. Wie müsste man die Standardabweichung korrigieren, damit nur höchstens 1% aller Glühlampen unbrauchbar sind? [85,97 Stunden]

H18) Erfahrungsgemäß werden etwa 35% aller Ehen innerhalb der ersten 5 Jahre wieder geschieden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 120 Paaren nach 5 Jahren

a) noch mehr als 80 verheiratet sind? [35,1%]

b) wenigstens 10 geschieden sind? [1, nahezu sicher!!]

c) weniger als 30% der Ehen gehalten haben? [0!!]

H19) Eine Schule weiß aus Erfahrung, dass 40% der Schüler mit dem Rad kommen. Sie stellt für ihre 650 Schüler 300 Stellplätze zur Verfügung.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Stellplätze ausreichen? [99,93%]

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 280 Schüler mit dem Rad kommen? [5,47%]

H20) Von 100 Beschäftigten eines Betriebes kommen erfahrungsgemäß 45 mit dem eigenen Fahrzeug zur Arbeit.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Parkplatz mit 50 Plätzen reicht? [84,26%]

b) Wieviele Parkplätze muss man bereitstellen, damit mit 95% Sicherheit alle Mitarbeiter parken können? [53]

H21) In einem Hotel mit 200 Betten werden die Liegestühle am Swimmingpool erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 35% belegt.

a) Wieviele Liegestühle muss man bereitstellen, um mit 90% (95%) Sicherheit alle Gäste, die einen Liegestuhl wollen, zu versorgen? [78 bzw. 81]

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit reichen 80 Liegestühle aus? [93,1%]

H22) Erfahrungsgemäß sind nach 5 Jahren nur noch etwa 80% aller neu gekauften Computer voll funktionsfähig. Eine Firma besitzt 80 PC - Arbeitsplätze. Mit welche Anzahl neu anzuschaffender Geräte muss sie nach 5 Jahren mit 90% Wahrscheinlichkeit rechnen? [59 bzw. 69 Geräte!]

(Anleitung: Berechne einen entsprechenden Schätzbereich für die Anzahl funktionsfähiger Geräte und bewerte die untere Grenze als ungünstigsten, die obere Grenze als günstigsten Fall!)

H23) Erfahrungsgemäß kommen zu einer Theatervorstellung nur ca. 95% aller Personen, die eine Eintrittskarte gekauft haben. Mit welcher Besucherzahl kann man rechnen, wenn 380 Karten verkauft wurden? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) [353 bis 369 Personen]

H24) Ein Großkaufhaus weiß erfahrungsgemäß, dass ca. 65% aller Besucher in der Vorweihnachtszeit auch Käufer sind. Eine Erhebung am ersten Einkaufssamstag ergab, dass von 160 zufällig ausgewählten Besuchern 118 auch etwas gekauft hatten. Was kann man über dieses Ergebnis aussagen? [Vermutung: Anteil hat sich verändert: Teste $p \neq 0,65$ gegen $p=0,65$. Man erhält bei 95% Sicherheit das Intervall [0,588 ; 0,712] oder [95 ; 113], für 99% Sicherheit erhält man [0,576 ; 0,724] bzw. [93 ; 115]. Die Veränderung ist damit bewiesen!]

Eine neuerliche Befragung am folgenden Feiertag (8. Dezember) ergab unter 220 Besuchern 125 Käufer. Was kann man daraus folgern? [Anteil gesunken, kritischer Wert wäre bei 95% Sicherheit 130]

H25) Im Mittel beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler einer Fußballmannschaft während eines Spiels eine rote Karte erhält, 0,1. In der vergangenen Saison wurden in den insgesamt 4500 Spielen genau 541 rote Karten gegeben. In der Presse konnte man lesen: „Österreichs Schiedsrichter kennen keine Gnade!“

a) Stimmt diese Aussage? Ist der Anteil der roten Karten in Österreich signifikant höher?

[Hypothesentest mit $\alpha=0,05$, kritischer Wert 0,1073, d.h. es dürfte höchstens 483 rote Karten geben. H_0 verwerfen, der Anteil ist signifikant höher]

b) Eine Mannschaft behauptet von sich selbst, besonders fair zu spielen. Zum Beweis führt sie an, dass ihre Spieler in den letzten 80 Spielen nur 4 rote Karten bekommen hätten. Lässt sich diese Behauptung beweisen? ($\alpha=0,05$)

[Hypothesentest, kritischer Wert bei 0,04484, d.h. es müssen weniger als 3,58 rote Karten sein, also höchstens 3 rote Karten. H_0 kann nicht verworfen werden. Die argumentierte faire Spielweise lässt sich nicht signifikant nachweisen!]

H26) Ein Fabrikant behauptet, dass bei einer bestimmten Sorte von Werkstücken ein Ausschussanteil von 5% zu erwarten sei. Der Käufer entnimmt seiner Lieferung 20 Stück und findet darunter 2 Fehlprodukte.

a) Kann damit die Behauptung des Händlers widerlegt werden (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) [Achtung: Binomialverteilung und zweiseitiger Test!! 95% Schätzbereich liefert Ablehnungsgrenzen von 0 bis 4, die Behauptung kann nicht widelegt werden!]

b) Wie viele Fehlprodukte dürften höchstens in der Stichprobe sein, um die Aussage des Fabrikanten zu bestätigen? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) [Man würde 1 Fehlprodukt erwarten, P(X=0) =0,36. Es ist daher auch bei völlig fehlerfreier Stichprobe mit der geforderten statistischen Sicherheit die Aussag nicht zu beweisen, dass der Ausschussprozentsatz bei weniger als 5% liegt!!]

H27) Ein Zulieferer, der Transistoren erzeugt, garantiert dem Endabnehmer, dass seine Produktion nur einen Ausschussanteil von höchstens 1% aufweist. Eine Stichprobe von 30 Transistoren einer umfangreichen Lieferung ergab 2 defekte Teile.

a) Reicht dies aus, um die Garantie des Zulieferers zu hinterfragen? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) [ja, denn P(X=0) + P(X=1) =0,96 > 0,95, Hypothese H_0: p≤0,01 verwerfen!]

b) Der Abnehmer hält die Angaben des Zulieferers für blanke Werbestrategie und geht von einem Ausschussprozentsatz von 3% aus. Eine neuerliche Stichprobe von 50 Transistoren soll Klarheit bringen. Wieviele fehlerhafte Transistoren darf es in dieser Stichprobe höchstens geben, um die Angaben des Zulieferers zu bestätigen. [bei 2 oder mehr fehlerhaften Teilen ist H_0: p≤0,01 zu verwerfen!]. Welchen Schätzbereich für fehlerhafte Teile hätte der angenommene Wert von 3% des Abnehmers bei 95% statistischer Sicherheit? [0 bis 3]

H28) Florian liest in der Zeitung, dass etwa 30% aller Jugendlichen gewaltbereit seien. Er schätzt diesen Wert als viel zu hoch ein und beschließt, eine Umfrage unter 20 Mitschülern zu machen.

a) Wie viele Schüler müssen angeben, nicht gewaltbereit zu sein, um Florians Vermutung zu bestätigen (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) ([mindestens 18]

b) Von den 20 Mitschülern haben sich 15 gegen Gewalt ausgesprochen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann Florian behaupten, der Anteil der gewaltbereiten Schüler liege unter30%? [mit 58,38%]

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann Florian wenigstens behaupten, dass der in der Zeitung angegebene Wert nicht stimmt? [53,47%]

H29) Bäcker Mehlsack verkauft seine Spezialität „Vitafit – Knusperkorn“ in Wecken zu 750 Gramm (=Erwartungswert). Die Standardabweichung für das Gewicht beträgt nach seinen Angaben 4% des angegebenen Gewichts.

a) Welcher Anteil an Broten weist ein Gewicht von weniger als 700 Gramm auf? [4,78%]

b) Welche Standardabweichung darf er höchstens tolerieren, wenn 90% aller Wecken ein Gewicht von mindestens 720 Gramm aufweisen sollen! [23,41g]

c) Erkläre die Bedeutung der Normalverteilung im Anwendungskontext!

H30) Erfahrungsgemäß finden etwa 35% aller Teilnehmer eines „Singleabends“ dort ihren Traumpartner.

a) Zum heutigen Singleabend der Partnervermittlung „Spätes Glück“ werden insgesamt 80 Personen erwartet. Gib einen 95% Schätzbereich für die Anzahl jener Personen an, die an diesem Abend ihren Traumpartner finden werden! [19,63; 35,36] bzw. [20; 36]

b) Leo Liebling, ein Charmeur alter Schule, ist von einem wesentlich höheren Prozentsatz überzeugt. Zum Beweis führt er an, dass von den letzten 150 Teilnehmern insgesamt 70 ihren Traumpartner gefunden hätten. Kann er seine Vermutung mit 95% statistischer Sicherheit beweisen? [ja, kritischer Wert liegt bei 0,4377, Stichprobe ergibt 0,466]

H31) Die Supermarktkette "Saturn" garantiert ihren Kunden "mit 90%" frische Ware. Zu seiner Überraschung fand Lebensmittelchemiker Dr. Salmonell unter den 120 zufällig ausgewählten Hühnern der letzten Lieferung 18 Hühner, die bereits einen recht unangenehmen Geruch aufwiesen. Reicht dies aus, um den Hühnereinkäufer für alle Zeiten "ins Kühlregal" zu verbannen? (5% Irrtumswahrscheinlichkeit) Erkläre wichtige Zusammenhänge! [kritischer Wert bei 17,4, daher H_0: $p \leq 0{,}1$ verwerfen, die Qualität scheint doch schlechter zu sein, die Entscheidung ist allerdings knapp, denn $P(X \leq 18) = 0.966$, d.h. bei 3,4% Irrtumswahrscheinlichkeit wäre es nicht mehr möglich, H_0 zu verwerfen, in diesem Fall wäre keine Entscheidung möglich]

H32) In der Säuglingsstation herrscht Aufregung. Eben hat Oberarzt Dr. Mutterfreund verkündet, dass unter den letzten 120 Geburten 69 Knaben gewesen wären. „Und dies, obwohl die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Knaben erfahrungsgemäß nur 52,5% beträgt,“ so der Arzt.

a) Wie wahrscheinlich ist ein solches oder noch stärker abweichendes Ergebnis? [13,63% !!]
b) Kann man aufgrund des Resultats mit 95% Sicherheit „beweisen“, dass an dieser Klinik ein „Trend zu Knaben“ festzustellen ist? [keinesfalls, Grenze von 72 müßte überschritten werden!]