

Übungen zur Vektorrechnung

- 1) Von einem Parallelogramm sind drei Eckpunkte gegeben. Berechne den vierten Eckpunkt!
- a) $A(-1,2), B(0,3), C(7,-1)$ b) $A(-4,-3), B(1,5), D(1,13)$ c) $A(2,3), C(3,-1), D(5,1)$
 d) $B(-1,-10), C(2,7), D(-5,-1)$
- 2) Gegeben ist ein Parallelogramm $ABCD$ durch $a=AB, b=AD$. E sei der Punkt, der AB in einem Verhältnis $2:3$ teilt. Drücke CE mit Hilfe von a und b aus!
- 3) Gegeben sind die Vektoren $a=AB, b=BC, c=CD, d=DE, e=EF$. Drücke die Vektoren AC, BE, CA, DC, EC durch a, b, c, d, e aus!
- 4) A, B, C, D sind die Eckpunkte eines Vierecks. Drücke die Vektoren BC, CD, DA durch die Vektoren $a=AB, b=AC, c=BD$ aus!
- 5) Gegeben ist ein beliebiges Viereck $ABCD$ mit folgenden Vektoren: $d=DA, a=AC, b=AB$. E ist der Halbierungspunkt der Strecke DC . Drücke EB durch die gegebenen Vektoren aus!
- 6) Von einer Strecke PQ kennt man einen Endpunkt Q und den Mittelpunkt M . Berechne den anderen Endpunkt!
- a) $P(-2,3), M(1,2)$ b) $Q(4,5), M(-1,-3)$
- 7) Von einer Strecke AB kennt man den Punkt A und den Mittelpunkt: $A(-1,2,4), M(2,3,6)$. Berechne
- a) die Koordinaten von B ! b) die Länge der Strecke AB ! c) den 5. Teilungspunkt, wenn die Strecke in 8 Teile geteilt wird!
- 8) Von einem Parallelogramm kennt man $A(-5,6), B(0,-6), C(3,-2)$. Berechne die Koordinaten der Punkte D und M sowie die Länge der Diagonalen!
- 9) Die Strecke AB ist in 9 gleiche Teile geteilt. Man kennt den 2. Teilungspunkt $T_2(-5,9)$ und den Punkt $B(9,2)$. Berechne die Koordinaten von A .
- 10) Zeige: Die Verbindungsstrecken der Mittelpunkte zweier Dreiecke sind parallel zur dritten Seite und halb so lang wie diese!
- 11) Suche Punkte auf der Geraden durch A und B , die von B dreimal so weit entfernt sind wie von A !
- a) $A(4,2), B(8,-6)$ b) $A(-1,-3), B(7,-5)$
- 12) Vom Dreieck ABC kennt man zwei Eckpunkte und den Schwerpunkt. Berechne den fehlenden Eckpunkt!
- a) $S(2,1), B(4,-3), C(3,3)$ b) $S(-1,2), A(5,1), C(-7,5)$
- 13) P, Q und R sind die Mittelpunkte der Seiten eines Dreiecks. Zeige, dass die Dreiecke ABC und PQR denselben Schwerpunkt haben!
- 14) Von einem Parallelogramm $ABCD$ kennt man $A(1,0), B(7,3), C(9,6)$. Berechne die Koordinaten des Eckpunkts D , die Mittelpunkte der Parallelogrammseiten und des Diagonalschnittpunkts!
- 15) Von einem Parallelogramm kennt man den Mittelpunkt $M(-2,1)$ und die Punkte $A(-5,1)$ und $B(-1,-3)$. Berechne die Koordinaten von C und D !
- 16) In einer dreiseitigen Pyramide mit der Grundfläche ABC und der Spitze O ist $a=OA, b=OB, c=OC$.
- 17) Die Punkte E, F, G, K, L, M, N halbiert die Strecken $[A,B], [B,C], [C,A], [A,O], [O,B], [O,C]$. E sei der Schwerpunkt des Dreiecks ABC . Drücke folgende Vektoren durch a, b und c aus:
 $AB, CA, CK, OE, EG, GM, KF, SO, LS$!
- 18) Viereck $A(-3/2), B(4/-1), C(5/5), D(4/7)$ bzw. $A(9/3), B(4/11), C(-3/8), D(-3/-4)$
- a) Bestimme die Vektoren der Seiten sowie den Umfang der Vierecke!
 b) Bestimme die Mittelpunkte aller Seiten und den Umfang der daraus entstehenden Vierecke!
 c) In welchem Verhältnis stehen die Umfänge der beiden Figuren?
- 19) Ist das Dreieck ABC gleichschenkelig?
- a) $A(-4,-5), B(4,1), C(-2,9)$ [ja!]
 b) $A(-1,-6), B(5,5), C(2,6)$
 c) $A(16,-5,11), B(7,8,-1), C(-4,0,15)$
- 20) Rechteck $A(-1/2), B(7/8), C, D$
 Bestimme die fehlenden Eckpunkte, wenn das Rechteck a) halb so lang wie breit
 b) doppelt so lang wie breit sein soll!
- 21) Teile die Strecke $X(-3/1), Y(9/16)$ im Verhältnis $3:1$ innen und außen und berechne die beiden Teilungspunkte!

- 22) Voneiner Strecke, die im Verhältnis 7:1 innen geteilt wurde, kennt man den Anfangspunkt $A(4/-3)$ sowie den vierten Teilungspunkt $T(-4/-7)$. Bestimme den anderen Teilungspunkt (für das angegebene Teilungsverhältnis) sowie den Endpunkt B !
- 23) Bestimme die Eckpunkte des Quadrats über der Strecke $C(-3/-2), D(0/3)$ und berechne seinen Umfang und Flächeninhalt!
- 24) Bestimme die Gleichung einer Geraden g durch $P(-1/3)$ und $Q(-4/2)$. Liegt $R(1/1)$ auf dieser Geraden? Bestimme $S(5/y)$, sodass S auf g liegt.
- 25) Bestimme die Gleichung der Trägergeraden des Dreiecks $A(-4/5), B(3/-4), C(6/6)$.
 a) Berechne den Schwerpunkt des Dreiecks!
 b) Stelle die Gleichung der Trägerlinien des Dreiecks auf und zeige, dass der Schwerpunkt auf allen drei Schwerlinien liegt!
- 26) Beweise mittels Vektorrechnung: In jedem Rhombus stehen die Diagonalen aufeinander normal und halbieren einander!
- 27) Bringe die Geraden g und h auf parameterfreie Form und gib sie in der Form $f(x)=kx+d$ an!
 $g: X=(2/-3)+t(2/-5)$ $h: X=(3/-1)+s(3/-4)$
 Zeichne g und h möglichst genau und bestimme ihre gegenseitige Lage!
- 28) $g: X=(1/1)+t(3/-2)$
 a) Bestimme die Parameterform einer Geraden h normal zu g durch $P(4/4)$!
 b) Bestimme die Parameterform einer Geraden i parallel zu g durch $Q(4/4)$!
- 29) Durch den Schnittpunkt der Geraden $g: X=(7,-1)+t(4,-3)$ und $h: X=(3,2)+s(3,1)$ ist eine Gerade k mit der Steigung $k = \frac{5}{4}$ zu legen! Berechne die Gleichung dieser Geraden!
- 30) Voneinem Dreieck kennt man $A(4,1), B(-2,9)$. Die Seite a hat die Steigung $k_1 = \frac{8}{3}$, die Seite b hat die Steigung $k_2 = \frac{2}{3}$. Berechne die Gleichung der Schwerlinien!
- 31) Bestimme die Parameterform der x -Achse (y -Achse)! Welche Steigung haben diese beiden Geraden?
- 32) Dreieck $A(-1/-1), B(7/-1), C(4/4)$
 a) Bestimme die Mittelpunkte der Dreiecksseiten!
 b) Bestimme die Gleichung der Seitensymmetralen!
 *c) Berechne daraus die Koordinaten des Umkreismittelpunktes!
 d) Berechne weiters die Koordinaten des Schwerpunktes!
 *e) Bestimme die Gleichung der „Eulerschen Geraden“, die durch S und U verläuft!
- 33) Gegeben ist das Dreieck $A(-2/-3), B(13/2), C(2/13)$. Berechne für dieses Dreieck k den Höhenschnittpunkt H , Umkreismittelpunkt U und Schwerpunkt S und zeige, dass H, U und S auf einer Geraden liegen!
- 34) Gegeben ist das Dreieck $A(-3/-5), B(9/4), C(-3/9)$. Berechne für dieses Dreieck k den Umkreismittelpunkt U ! (Lösung: $U(9/8, 2), I(1, 3)$)!
- 35) Gegeben ist das Dreieck $A(-4/6), B(5/-6), C(7/8)$. Berechne für dieses Dreieck k den Höhenschnittpunkt H , Umkreismittelpunkt U und Schwerpunkt S und zeige, dass H, U und S auf einer Geraden liegen!
- 36) Gegeben ist das Dreieck $A(-6/4), B(10/-4), C(2/8)$. Berechne für dieses Dreieck k den Umkreismittelpunkt U !
- 37) Gegeben ist das Dreieck $A(0/0), B(6/6), C(-6/3)$. Berechne für dieses Dreieck k den Umkreismittelpunkt U ! [$U(-\frac{1}{2}, \frac{13}{2})$]
- 38) Gegeben ist das Dreieck $A(-4/-4), B(11/1), C(0/12)$. Berechne für dieses Dreieck k den Höhenschnittpunkt H !
- 39) Gegeben ist das Dreieck $A(2/1), B(-4/3), C(0/-3)$. Berechne für dieses Dreieck k den Höhenschnittpunkt H !
- 40) $A(7/y), B(9/1), C(0/8)$ bilden ein Dreieck. Bestimme y , so dass das Dreieck rechtwinklig wird! Berechne für dieses Dreieck k den Höhenschnittpunkt H sowie den Umkreismittelpunkt U !

Übungen zu Vektoren 2 - Geraden, Ebenen, Einheitsvektoren

- 41) Bestimme die parameterfreie Form der Geraden aus folgenden Angaben:
 a) $g[P(3,-4), Q(2,-5)]$ b) $g[P(1,-7), k = -\frac{3}{2}]$ c) $g[P(-4,6), d=1]$
- 42) Stelle für die folgenden Geraden eine Gleichung in Parameterform auf!
 a) $g: y = -\frac{4}{3}x + 9$ b) $g: 3x - 5y = 10$ c) g durch $P(7,-3)$ mit $d = -2$

- 43) Untersuchen Sie durch Zeichnung und Rechnung, ob die drei Punkte A, B und C auf einer Geraden liegen! Wenn ja, geben Sie die Parameterdarstellung dieser Geraden an!
 a) $A(-2,1), B(0,3), C(1,4)$ b) $A(1,1), B(4,1), C(7,2)$ c) $A(0,3), B(-1,3), C(5,3)$
- 44) Die Gerade g und die Gerade h bilden ein Dreieck. Bestimmen Sie die Eckpunkte und die Längen der Seiten!
 $g: X = (2,3) + r(1,1)$ $h: X = (5,6) + s(-1,1)$ $i: X = (4,11) + t(-1,-3)$
- 45) Stelle fest, welche der folgenden 4 Geraden aufeinander normal stehen, bzw. zueinander parallel sind!
 $g: X = (2,-2) + t(4,-5)$ $h: 5x - 4y = 20$ $i: 10x + 8y = 1$ $j: X = (1,3) + s(-2, \frac{5}{2})$
- 46) Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der beiden Geraden und zeichnen Sie!
 a) $g: X = (1,1) + t(2,4)$ $h: y = 2x - 1$
 b) $g: X = (2,-5) + s(1,1)$ $h: X = (3,-4) + s(2,-8)$
 c) $g: X = (2,2) + t(2,-6)$ $h: X = (5,8) + s(2,2)$
- 47) Ermitteln Sie die Gleichung der durch P gehenden Parallelen h zu g und überprüfen Sie, ob die Punkte R und S auf h liegen!
 $P(2,-1), g: X = (-3,3) + t(3,4); R(-1,-5), S(8,10)$
 $P(2,3,4), g: X = (4,5,3) + t(-1,2,0); R(3,7,4), S(4,-1,4)$
- 48) Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h – falls vorhanden – die Koordinaten des Schnittpunkts!
 a) $g: X = (2,-3) + s(4,1)$ $h: X = (2,4) + t(1,2)$
 b) $g: X = (3,-1) + s(2,-1)$ $h: X = (-1,1) + t(-2,1)$
 c) $g: X = (-4,1,5) + r(3,-1,4)$ $h: X = (-4,-1,0) + u(2,0,1)$
 d) $g: X = (-3,1,2) + r(4,-2,1)$ $h: X = (3,-3,4) + u(3,-2,1)$
 e) $g: X = (2,-3,5) + r(2,-3,1)$ $h: X = (1,0,-3) + u(3,2,-4)$
 f) $g: X = (4,-5,1) + r(-1,2,-2)$ $h: X = (1,1,5) + u(2,-4,4)$
 g) $g: X = (2,-1,3) + k(1,0,2)$ $h: \text{durch } A(5,-1,2) \text{ und } B(-1,0,2)$
- 49) Bestimmen Sie die Koordinaten jenes Punktes Q auf $g: X = (2,4) + u(1,-4)$, der von $P(1,y)$ um $3\sqrt{17}$ entfernt ist. (2 Lösungen)!
- 50) Die Strecke AB mit $A(8,2), B(2,-4)$ ist die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Höhe $h_c = 12\sqrt{2}$ beträgt. Bestimmen Sie die Koordinaten des Eckpunkts C und berechnen Sie die Fläche des Dreiecks!
- 51) Beweisen Sie, dass das Dreieck $A(1,1), B(1,4), C(4,1)$ rechtwinklig ist! Ist es auch gleichschenklig?
- *10) Bestimmen Sie die fehlende Koordinate so, dass das Dreieck $A(-2,5), B(4,1), C(3,y)$ gleichschenklig wird (2 Lösungen, $AB = AC$ oder $BC = AB$)!
- 52) Das Dreieck ABC mit $A(-8,-2), B(2,-8), C(6,y)$ ist gleichschenklig! Bestimmen Sie die fehlende Koordinate! [$C(6,10)$]
- 53) Von einem Dreieck kennt man $A(4/1), B(-2/9)$. Die Seite a hat die Steigung $8/3$, die Seite b die Steigung $2/3$. Bestimmen Sie den Eckpunkt C! Lösung: $C(-8/7)$.
- 54) Von einem Quadrat kennt man $M(-1/5), C(2/-1)$. Berechnen Sie die übrigen Eckpunkte sowie Umfang und Flächeninhalt!
- 55) Von einem Parallelogramm kennt man $A(-2/-3), B(4/-3), C(6/2), D$. Berechnen Sie den Eckpunkt D sowie den Umfang und den Flächeninhalt!
- 56) Zeigen Sie, dass das Dreieck $A(-4/0), B(4/0), C(0/8)$ gleichschenklig ist und sein Schwerpunkt auf der y -Achse liegt! Wo liegen Höhen, Schnittpunkt und Umkreismittelpunkt?
- 57) Berechnen Sie für das Dreieck $A(-3/-1), B(6/8), C(-1/5)$ den Umkreismittelpunkt! (Lösung: $U(5,5/-0,5)$).
- 58) Berechnen Sie für das Dreieck $A(4,28), B(-3,5), C(2,0)$ die Gleichung der Winkelsymmetrale des Winkels β ! [$-x + y = 23$]
- 59) Berechnen Sie für das Dreieck $A(-7/-3), B(7/-3), C(-2/59)$ den Inkreismittelpunkt! (Lösung: $I(-1/1)$).
- 60) Berechnen Sie für das Dreieck $A(5/2), B(1/4), C(3/0)$ den Höhenschnittpunkt und den Schwerpunkt! (Lösung: $H(\frac{11}{3}/\frac{4}{3}), S(3,2)$).
- 61) Stellen Sie die Parameterform einer Geraden auf, die normal auf h steht und durch Q geht!
 a) $h: X = (1/-4) + t(0/-3), Q(4/-1)$
 b) $h: X = (2/-3) + s(-1/7), Q(1/-1)$
- 62) Zwei Punkte eines Quadrats sind $A(1,-3)$ und $B(2,5)$. Wie lauten die Koordinaten der anderen beiden Punkte? (2 Lösungen!)

- 63) Voneinem gleichschenkligen Dreieck kennt man die Punkte $A(2,1)$ und $B(5,4)$ der Basis sowie die Länge der Höhe mit $6\sqrt{2}$. Bestimme den Eckpunkt C sowie den Flächeninhalt! Kontrolliere durch Zeichnung!
- 64) Voneinem gleichschenkligen Dreieck kennt man die Punkte $A(-1,3)$ und $B(4,8)$ der Basis sowie die Länge der Höhe mit $10\sqrt{2}$. Bestimme den Eckpunkt C sowie den Flächeninhalt! Kontrolliere durch Zeichnung!
- 65) Voneinem gleichseitigen Dreieck kennt man $A(-2,1)$ und $B(4,-1)$. Bestimme den Eckpunkt C sowie den Flächeninhalt! (Verwende dabei die Formel für die Höhe im gleichseitigen Dreieck!)
- 66) Auf der Geraden g ist von A eine Strecke der angegebenen Länge abzutragen. Berechne die Koordinaten des Endpunktes E !
- a) g durch $A(-3,6), B(3,-3)$ Länge $d = \sqrt{13}$ b) g durch $A(-4,-12), B(11,8)$ Länge $d = 15$
 c) g durch $A(-19,14), B(21,5)$ Länge $d = 123$
- 67) Die Basis AB eines gleichschenkligen Dreiecks mit der Spitze $C(4,10)$ hat die Länge $4\sqrt{26}$ und liegt in der Geraden $g: x+5y=2$. Berechne A und B ! [$A(-8,2), B(12,-2)$]
- 68) Voneinem gleichschenkligen Dreieck kennt man $A(-3,6), c = 3 \cdot \sqrt{13}$ Einheiten, die Basis AB liegt in der Geraden $g: y=12$. Berechne B und C ! [$B(6,0), C(15/2,12), B_1(-12,12), C_1(-11/2,12)$]
- 69) Spiegle den Punkt $P(-4,-3)$ an der Geraden g durch $A(2,1)$ und $B(4,-1)$. Berechne das Verhältnis der Flächeninhalte der Dreiecke APP_1 und BPP_1 ! [$P_1(6,7), APP_1=10, BPP_1=30$, daher $1:3$]
- 70) Dreieck $A(4,-5), B(-2,5), C(x,-3)$. Bestimme C so, dass das Dreieck rechtwinklig ist! [wenn $\chi=90^\circ: C_1(6,-3)$ und $C_2(-4,3)$, wenn $\beta=90^\circ: C_1(22/3,-3)$ nur 1 Lösung, wenn $\alpha=90^\circ: C_1(-15\frac{1}{3},-3)$ ebenfalls nur 1 Lösung!]
- 71) Voneinem Parallelogramm kennt man $D(-2,2)$ und $B(5,11)$. Die Seite AD liegt auf $g: 2x - y = -6$ und ist $3 \cdot \sqrt{5}$ lang. Berechne die Punkte C und A sowie die Fläche! [$A(2,5), C(1,8)$]
- 72) Die Basis AB eines gleichschenkligen Dreiecks ABC hat die Länge 20 und liegt in der Geraden g durch $A(-14,4)$ und $B(-2,-5)$. Die Spitze C liegt auf der y -Achse. Berechne B und C ! [Annahme AB ist Basis: $B(-6,-5), B_1(-16,-13), C(0,-17\frac{5}{8}), C_1(0,-27\frac{7}{8})$]
- 73) Berechne den Mittelpunkt der Strecke AB !
- a) $A(1,2,-3), B(4,-3,5)$ b) $A(2,-4,6), B(3,-4,1)$ c) $A(6,-6,4), B(-6,6,-4)$
- 74) Voneiner Strecke PQ kennt man einen Endpunkt und den Mittelpunkt. Berechne den anderen Endpunkt!
- a) $P(-1,7,-2), M(5,0,1)$ b) $Q(8,12,-11), M(-9,-7,14)$ c) $M(-3,-3,0,-8), P(5,-3,4,-5)$
- 75) Voneinem Würfel kennt man $A(0,0,0), B(6,0,0)$.
- a) Bestimme die Koordinaten der übrigen Eckpunkte und stelle die Parameterform der Kanten geraden auf!
 b) Zeige, dass der Mittelpunkt des Würfels auf allen vier Raumdiagonalen liegt! Stelle auch deren Gleichungen in Parameterform auf!
- 76) Ein Quadrat $ABCD$ hat den Mittelpunkt $M(3,0,-4)$ und die Eckpunkte $A(6,-3,4)$ und $B(2,1,0)$. Berechne die Koordinaten von C und D sowie die Länge der Quadratseite!
- 77) Voneinem Quader mit quadratischer Grundfläche kennt man $A(1,0,0), B(6,0,0), F(x,y,8)$.
- a) Bestimme die Koordinaten der übrigen Eckpunkte und stelle die Parameterform der Kanten geraden auf!
 b) Stelle die Parameterform der Raumdiagonalen und Flächendiagonalen dieses Quaders auf und berechne ihre Länge!
- 78) Die Punkte $A(-3,6,-8), B(7,5,-2), C(17,9,14), D(7,10,8)$ bilden ein Viereck. Berechne alle Seiten- und Diagonalenvektoren!
- 79) Für eine dreiseitige Pyramide mit der Grundfläche ABC und der Spitze S gelte:
 $A(3,-7,2), B(5,9,-8), C(-8,10,3), S(0,14,-6)$
- 80) Bestimme die Parameterdarstellungen für die Kanten geraden AB, AC, BC, SA, SB, SC ! Bestimme das Volumen der Pyramide!
- 81) Voneiner Pyramide (Grundfläche Parallelogramm $ABCD$) kennt man $A(5,2,1), C(1,7,0), D(-2,-3)$ und die Spitze $E(0,4,9)$. Finde den Halbpunkt von AD , teile die Strecke CE im Verhältnis $2:1$. Berechne die Koordinaten von B und F !
- 82) Voneinem Dreieck kennt man $B(-1,-2,-3), C(4,2,0)$ und den Schwerpunkt $S(3,3,3)$. Berechne die Koordinaten von A !

- 83) Untersuche, ob die Punkte P, Q und R auf einer Geraden liegen!
 a) $P(3, 1, -1) Q(7, 10, -3) R(-1, -8, 1)$ b) $P(2, 0, 5) Q(1, 3, 2) R(1, 6, -1)$
 c) $P(11, 0, 8) Q(2, 15, -4) R(17, -10, 16)$
- 84) Ein UFO bewegt sich im interstellaren Raum von einem Positionspunkt $P(300, 550, -340)$ in die Richtung $\vec{r} = (12, -3, 6)$ (gibt die Veränderung der Position in einer Sekunde an).
 a) Beschreibe den Weg des UFOs durch eine geeignete Gleichung!
 b) Welchen Punkt erreicht es nach 2 Minuten?
 c) Bestimme die Geschwindigkeit des UFOs! (Nimm dazu an, dass die Koordinaten in P.E. "plutonische Einheiten" gemessen werden!)
 d) Ein weiteres Raumschiff bewegt sich gleichzeitig von der Raumstation $R(4500, 3500, -2000)$ in die Richtung $\vec{s} = (3, 12, -6)$ (gibt wieder die Veränderung der Position in einer Sekunde an). Zeige, dass UFO und Raumschiff gleich schnell fliegen! Wie groß ist ihre gegenseitige Entfernung nach 10 Minuten?
 e) Wie weit ist das UFO nach einer Flugzeit von einer Stunde von der Raumstation entfernt?
- 85) Bestimme die Gleichung der Ebene durch A, B, C in Parameterform und in Parameterform der Form!
 a) $A(1, -2, 3) B(4, 0, 5), C(1, 1, 1)$ b) $A(4, -2, 7) B(0, 0, 3) C(3, -2, 1)$ c) $A(1, 0, 2) B(3, 0, 1), C(5, -3, 4)$
- 86) Bestimme die Parameterform für folgende Ebenengleichungen!
 a) $3x - 2y + 4z = 10$ b) $x + 3y - 4z = -1$ c) $2x + y + z = 1$ d) $4x - 4z = 4$
- 87) Bestimme die gegenseitige Lage der drei Ebenen:
 a) $E_1: 2x + 3y + 3z = 1$ $E_2: x - y + 2z = 1$ $E_3: 3x + 2y = 2$ (Lösung: Schnittpunkt $S(\frac{4}{5}, -\frac{1}{5}, 0)$)
 b) $E_1: x + 3z = 4$ $E_2: x - 3y + 4z = 2$ $E_3: 3x + 2y - 5z = 0$ (Lösung: Schnittpunkt $S(1, 1, 1)$)
 c) $E_1: 2x + 3y + 3z = 1$ $E_2: x - y + 2z = 1$ $E_3: -4x - 6y - 6z = -2$ (Lösung: 2 Ebenen liegen parallel)
- 88) Im Koordinatensystem sind die Gerade g durch den Punkt $A(1, 2, 0)$ und den Richtungsvektor $\vec{v} = (2, -1, 2)$ sowie die Gerade h durch die Punkte $B(2, 4, 2)$ und $C(4, 3, 4)$ gegeben.
 a) Zeige, dass die Geraden g und h parallel sind!
 b) Ermittle eine Gleichung der Ebene E , die durch g und h bestimmt wird, in Normalvektorform!
 c) Zeige, dass das Viereck $ABCD$ mit $D(3, 1, 2)$ eine Raute ist und berechne den Flächeninhalt!
- 89) Im Koordinatensystem sind die Gerade g durch den Punkt $A(-1, 1, 1)$ und den Richtungsvektor $\vec{v} = (2, -1, 2)$ sowie die Gerade h durch die Punkte $B(0, 3, 3)$ und $C(2, 2, 5)$ gegeben.
 a) Zeige, dass die Geraden g und h parallel sind!
 b) Ermittle eine Gleichung der Ebene E , die durch g und h bestimmt wird, in Normalvektorform!
 c) Zeige, dass das Viereck $ABCD$ mit $D(1, 0, 3)$ eine Raute ist und berechne den Flächeninhalt!

Außergeometrische Anwendung der Vektorrechnung

- 90) Ein Tischlerer erzeugt 2 Sorten von Schlafzimmereinrichtungen, „Standard“ und „Rustikal“.
 Für ein Modell „Standard“ benötigt er 15m Fichtenbretter, 20m Buchenbretter, 2,5l Kleber, 2l Lack sowie 1 Schachtel Kleinmaterial, für ein Modell „Rustikal“ benötigt er 35m Fichtenbretter, 5m Buchenbretter, 4l Kleber, 2,5l Lack und 1 Schachtel Kleinmaterial:
 a) Stelle den Teilebedarf für 20 Modelle „Standard“ sowie 5 Modelle „Rustikal“ durch Vektoren dar!
 b) Im Lager sind derzeit 180m Fichtenbretter, 80m Buchenbretter, 12l Kleber, 20l Lack und 8 Schachteln Kleinmaterial verfügbar. Beschreibe den Lagerbestand durch einen Vektor! Wie kann man die Veränderung des Lagerbestandes nach Produktion von 4 Modellen „Standard“ (3 Modellen „Rustikal“) mit Vektoren beschreiben? Berechne den entsprechenden Lagerbestand!
 c) Wieviele Modelle jeden Typs sind mit dem verfügbaren Lagerbestand erzeugbar?
- 91) Ein Betrieb verwendet Bohrmaschinen, Hobelmaschinen, Sägen und Schleifmaschinen. Die folgende Tabelle gibt die tägliche Nutzungszeit (in h) sowie die stündlichen Betriebskosten (in €) an:

	Bohrmaschine	Hobelmaschine	Säge	Schleifmaschine
Betriebszeit (inh)	1,5	2	3,5	1,5
Kosten je in €	8	6,50	3,50	11

- a) Bestimme die täglichen (monatlichen) Kosten! Welcher Zusammenhang lässt sich erkennen?

b) Nimman, dass die Kosten um 2% steigen. Wie groß sind die Gesamtkosten? Welcher Zusammenhang lässt sich erkennen?

92) Ein Eisalon erzeugt die Spezialitäten Schlemmerbecher und Heiße Liebe. Für eine Schlemmerbecher benötigt man 3 Kugeln Vanilleeis, 2 Kugeln Schoko- und 0,1 Liter Sahne und 3 da Schokostreusel. Für 1 Portion Heiße Liebe benötigt man 2 Kugeln Vanilleeis, 3 Kugeln Erdbeereis und 0,15 Liter Sahne. Täglich werden im Schnitt 80 Schlemmerbecher und 50 Portionen Heiße Liebe verkauft.

a) Stelle den Tagesbedarf an Zutaten mit Vektoren dar!

b) Im Lager befindet sich am Morgen Eis für 350 Kugeln Vanilleeis, 200 Kugeln Schoko- und 220 Kugeln Erdbeereis, 40 Liter Sahne und 3 kg Schokostreusel. Stelle den Vorratsvektor auf und beschreibe die Veränderung des Lagerbestands während eines Tages durch Vektoren! Welche Mengen der einzelnen Vorräte sind am Abend noch vorhanden?

c) Für einen Schlemmerbecher bezahlt man 48.-S., für eine Portion Heiße Liebe 54.-S. Nach welcher Rechenregel für Vektoren kann man die täglichen Einnahmen berechnen und wie hoch sind sie?

93) Ein Fitnesssalon bietet die Spezialitäten VitaFit und LongLife an. Für VitaFit benötigt man 4 Teile Orangensaft, 3 Teile Zucker, 4 mg Vitaminpulver und 3 Teile Mineralwasser. Für LongLife benötigt man 3 Teile Zitronensaft, 3 Teile Zucker, 2 mg Vitaminpulver und 2 Teile Mineralwasser. Täglich werden im Schnitt 80 VitaFit und 50 LongLife verkauft.

a) Stelle den Tagesbedarf an Zutaten mit Vektoren dar!

b) Im Lager befindet sich am Morgen 350 Einheiten Orangensaft, 200 Einheiten Zitronensaft, 400 Einheiten Zucker, 5 kg Vitaminpulver und 400 Einheiten Mineralwasser.

a) Stelle den Vorratsvektor auf und beschreibe die Veränderung des Lagerbestands während eines Tages durch Vektoren! Welche Mengen der einzelnen Vorräte sind am Abend noch vorhanden?

c) Für VitaFit bezahlt man 48.-S., für LongLife 54.-S. Nach welcher Rechenregel für Vektoren kann man die täglichen Einnahmen berechnen und wie hoch sind sie?

94) Punktebewertung beim Fußball:

Mannschaft	A	B	C	D	E	F	G
Siege	12	4	11	1	7	4	5
Niederlagen	5	11	1	8	7	4	8
Unentschieden	3	5	8	11	6	12	7

Wie kann man die erreichten Punkte geschickt berechnen, wenn für einen Sieg 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 Punkt vergeben werden?