

## Wiederholungsaufgaben zu linearen Funktionen – Kostenfunktionen

### Beispiel: lineare Kostenfunktion

Angenommen, die Standgebühr für einen Softeisstand im örtlichen Einkaufszentrum beträgt 100 € pro Tag. Diese Standgebühr ist unabhängig davon zu entrichten, wie viel Eis verkauft wird – sie stellt **Fixkosten** dar.

Als weitere Kosten fallen lediglich noch die Materialkosten (Waffel, Eis bestehend aus Milch, Zucker und Aroma) je Softeis in Höhe von 0,50 € an. Es handelt sich dabei um **variable Kosten**: je mehr Eis verkauft werden, desto mehr Materialkosten fallen an.

D.h., es gibt in dem vereinfachten Beispiel keine weiteren Kosten.

### Kostenfunktion aufstellen

Dann ist die **Kostenfunktion**:

$$\text{Kosten} = 100 \text{ €} + 0,50 \text{ €} \times \text{MENGE.}$$

Bei 200 produzierten / verkauften Softeis betragen die Gesamtkosten somit:  $100 \text{ €} + 0,50 \text{ €} \times 200 = 200 \text{ €}$ .

Bei 300 produzierten / verkauften Softeis betragen die Gesamtkosten:  $100 \text{ €} + 0,50 \text{ €} \times 300 = 250 \text{ €}$ .

Es handelt sich um eine **lineare Kostenfunktion**, da die variablen Kosten (nicht die Gesamtkosten) proportional zur Menge ansteigen.

Lineare Kosten-, Erlös und Gewinnfunktionen dienen in der Wirtschaft dazu, wirtschaftliche Zusammenhänge darzustellen.

Wir besprechen hier noch einmal ausführlich folgende Funktionen:

- a) Kostenfunktion
- b) Erlösfunktion
- c) Gewinnfunktion
- d) Break-Even-Point

### Kostenfunktion:

---

Die **Kostenfunktion** setzt sich zusammen aus den fixen Kosten (Miete, Gehälter, ...) und aus den variablen Stückkosten (Produktionskosten).

Daraus ergibt sich folgende Gesamtkostenfunktion:

$$\mathbf{K(x) = k * x + F}$$

Wir definieren die Variablen:

K (x) = Gesamtkosten

k = variable Kosten

x = Produktionsmenge (Stückzahl)

F = Fixkosten

### Beispiel:

Die fixen Kosten eines Betriebes betragen € 8 000,- die variablen Kosten pro Stück € 2,10.

Wie hoch sind die Gesamtkosten für den Monat April bei einer Produktionsmenge von 3 000 Stück?

$$K(x) = k * x + F$$

$$K(3\,000) = 2,10 * 3\,000 + 8\,000$$

$$K(3\,000) = € 14\,300,-$$

A: Die Gesamtkosten für den Monat April liegen bei € 14 300,-.

### Erlösfunktion:

---

Bei der **Erlösfunktion** wird der Gesamterlös einer verkauften Ware ermittelt.

Wir multiplizieren hierzu den Verkaufspreis pro Stück mit der verkauften Stückanzahl.

Daraus ergibt sich folgende Erlösfunktion:

$$E(x) = p * x$$

Wir definieren die Variablen:

E(x) = Erlös

p = Verkaufspreis pro Stück

x = verkaufte Stückanzahl

### Beispiel:

Der Verkaufspreis für ein Produkt beträgt € 5,20.

Wie hoch ist der Erlös bei einer verkauften Menge von 3 000 Stück?

$$E(x) = p * x$$

$$E(3\,000) = 3\,000 * 5,20$$

$$E(3\,000) = € 15\,600,-$$

A: Der Verkaufserlös beträgt € 15 600,-.

### Gewinnfunktion:

---

Die **Gewinnfunktion** gibt schlussendlich Auskunft über den erzielten Gewinn eines Produkts.

Hierzu ziehen wir von der Erlösfunktion die Kostenfunktion ab:

Daraus ergibt sich folgende Gewinnfunktion:

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

Wir definieren die Variablen:

G(x) = Gewinnfunktion

E(x) = Erlösfunktion

K(x) = Kostenfunktion

**Daraus ergeben sich 3 Möglichkeiten:**

$G(x) > 0$  = Gewinn     $G(x) < 0$  = Verlust     $G(x) = 0$  Break-even-Point

### Beispiel:

Wir ermitteln den Gewinn für die Produktionsmenge von 3 000 Stück, wenn wir die Gesamtkosten in der Höhe von € 14 400,- vom Gesamterlös von 3 000 verkauften Einheiten abziehen.

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

$$G(3\,000) = €\,15\,600,- - €\,14\,300,-$$

$$G(3\,000) = €\,1\,300,-$$

A: Der Gewinn beträgt bei 3 000 Einheiten € 1 300,-.

### Break-Even-Point:

---

Wenn Erlös und Kosten einer Produktion **gleich hoch** sind, spricht man vom **Break-Even-Point (Gewinnschwelle)**.

Hier wird weder ein Verlust, noch ein Gewinn erwirtschaftet.

Anders formuliert ist der Break-Even-Point eine **Nullstelle der Gewinnfunktion**.

Daraus ergibt sich folgende Formel für die Berechnung:

$$\text{BEP} = \frac{\text{FK}}{\text{VP} - \text{VK}}$$

Wir definieren die Variablen:

BEP = Break-Even-Point

FK = Fixkosten

VP = Verkaufspreis

VK = Variable Kosten

### Beispiel:

Verkaufspreis pro Stück: € 8,50

Fixkosten: € 12 006,50

Variable Kosten: € 4,80

$$\text{BEP} = \frac{\text{FK}}{\text{VP} - \text{VK}}$$

$$\text{BEP} = \frac{12\,006,50}{8,50 - 4,80}$$

$$\text{BEP} = 3\,245 \text{ Stück}$$

A: Der Break-Even-Point liegt bei 3 245 Stück.

Arbeitsauftrag:

Entwirf selbst ein anwendungsorientiertes Wirtschaftsbeispiel zu linearen Kostenfunktionen. Wähle dazu eine kreative Fragestellung, stelle entsprechende Gleichungen für Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktionen auf und führe die entsprechenden Berechnungen wie in der Anleitung durch!